

中国矿业大学博士学位论文出版基金资助

# 磨削颤振与磨削表面 形貌误差的研究

韩正铜 著

中国矿业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

磨削颤振与磨削表面形貌误差的研究/韩正铜著.

—徐州:中国矿业大学出版社,2005.9

ISBN 7 - 81107 - 086 - 3

I. 磨… II. 韩… III. ①磨削—切削振动—研究  
②磨削—误差—研究 IV. TG580.21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 063811 号

书 名 磨削颤振与磨削表面形貌误差的研究

著 者 韩正铜

责任编辑 耿东锋

责任校对 周俊平

出版发行 中国矿业大学出版社

(江苏省徐州市中国矿业大学内 邮编 221008)

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail [cumtpvip@cumtp.com](mailto:cumtpvip@cumtp.com)

排 版 中国矿业大学出版社排版中心

印 刷 徐州中矿大印发科技有限公司

经 销 新华书店

开 本 850×1168 1/32 印张 4.75 插页 3 字数 128千字

版次印次 2005年9月第1版 2005年9月第1次印刷

定 价 25.00元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

# 前 言

磨削加工是机械制造中重要的加工方法之一。在磨削过程中,振动是一种十分有害的现象,它不仅会降低加工表面质量、缩短砂轮寿命、还会影响生产率的提高,严重时甚至导致加工无法进行。本书对动态磨削过程进行了建模和理论分析,深入研究了磨削过程稳定性和磨削颤振机理。对磨削过程中颤振的产生和发展规律以及由此产生的工件表面形貌误差进行了实验研究和理论分析。针对磨削颤振的复杂性,采用确定性混沌理论的分析方法研究磨削颤振信号与动态磨削过程。采用人工神经网络对磨削过程的稳定性与磨削颤振进行识别和预报。书中对变速磨削抑制颤振的机理做了全面、深入地研究。基于一系列磨削试验,提出了抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法,得出了切入速度对磨削颤振的影响规律方程。此外,还比较系统地论述了圆度、圆柱度误差分离技术。本书可供高等学校机械工程领域本科生、研究生以及机械制造企业的工程技术人员阅读。

本书是以作者的博士学位论文为基础撰写的。在此谨向导师张永忠教授表示衷心感谢!同时,对作者在上海交通大学访问学习期间的指导教师洪迈生教授表示衷心感谢!本书的出版得到了中国矿业大学研究生院、机电工程学院的资助,在此一并致谢!撰写本书参考了大量文献,谨向文献作者表示谢意!

由于水平所限,书中难免存在疏漏和不妥,欢迎批评指正。

作者

2005年6月

## 目 录

|       |                     |    |
|-------|---------------------|----|
| 1     | 绪论                  | 1  |
| 1.1   | 引言                  | 1  |
| 1.2   | 机械加工颤振研究概况          | 3  |
| 1.2.1 | 切削颤振的研究概况           | 4  |
| 1.2.2 | 磨削颤振的研究与进展          | 7  |
| 1.3   | 精密检测中的误差分离技术(EST)概述 | 10 |
| 1.4   | 本书的主要研究内容           | 12 |
| 2     | 磨削过程动态模型与磨削颤振机理     | 13 |
| 2.1   | 引言                  | 13 |
| 2.1.1 | 砂轮的接触刚度             | 13 |
| 2.1.2 | 砂轮的磨损               | 14 |
| 2.1.3 | 磨削中的几何干涉            | 14 |
| 2.2   | 磨削过程基础模型            | 15 |
| 2.2.1 | 模型的建立               | 15 |
| 2.2.2 | 磨削过程系统稳定性分析         | 17 |
| 2.3   | 磨削系统时域法建模与分析        | 19 |
| 2.3.1 | 时域模型的建立             | 20 |
| 2.3.2 | 磨削的无条件稳定性           | 22 |
| 2.3.3 | 磨削的条件稳定性            | 24 |
| 2.3.4 | 稳定性规律的时、频一致性        | 25 |
| 2.4   | 再生型磨削颤振             | 27 |
| 2.4.1 | 砂轮表面再生型磨削颤振         | 27 |

|       |                        |    |
|-------|------------------------|----|
| 2.4.2 | 工件表面再生型磨削颤振            | 29 |
| 2.5   | 扭转振动对磨削颤振的影响           | 32 |
| 2.5.1 | 问题的提出                  | 32 |
| 2.5.2 | 时域建模与分析                | 33 |
| 2.6   | 本章小结                   | 36 |
| 3     | 磨削振动与磨削表面波纹度实验研究       | 39 |
| 3.1   | 强迫振动与磨削表面波纹理论分析        | 39 |
| 3.2   | 实验条件与实验系统              | 41 |
| 3.3   | 实验结果与分析                | 43 |
| 3.3.1 | 关于颤振信号的多频性和频率前移分析      | 47 |
| 3.3.2 | 关于振动信号的调制现象分析          | 49 |
| 3.4   | 磨削表面波纹度                | 53 |
| 3.5   | 砂轮特性与磨削表面波纹度           | 57 |
| 3.6   | 本章小结                   | 58 |
| 4     | 磨削颤振的非线性分析             | 59 |
| 4.1   | 理论基础                   | 60 |
| 4.1.1 | 混沌振动                   | 60 |
| 4.1.2 | 李雅普诺夫(Lyapunov)指数      | 61 |
| 4.1.3 | 分形的概念                  | 62 |
| 4.1.4 | 奇怪吸引子的维数               | 63 |
| 4.2   | 由单变量时间序列重建相空间吸引子       | 64 |
| 4.3   | 由单变量时间序列计算关联维数         | 66 |
| 4.4   | 由单变量时间序列计算 Lyapunov 指数 | 68 |
| 4.5   | 本章小结                   | 70 |

|       |                        |     |
|-------|------------------------|-----|
| 5     | 磨削颤振的监控策略与抑制方法         | 72  |
| 5.1   | 磨削颤振的神经网络监测方法          | 72  |
| 5.1.1 | 引言                     | 72  |
| 5.1.2 | 多层前向网络与 BP 算法          | 75  |
| 5.1.3 | 磨削颤振的监测                | 77  |
| 5.2   | 基于信号幅值域特征变化识别磨削颤振      | 80  |
| 5.2.1 | 颤振发展过程中信号幅域特征及<br>数学描述 | 80  |
| 5.2.2 | 应用 RBF 网络估算概率密度        | 82  |
| 5.2.3 | 磨削颤振的识别                | 86  |
| 5.3   | 变速磨削抑制颤振的机理            | 87  |
| 5.3.1 | 变进给速度抑制磨削颤振            | 87  |
| 5.3.2 | 变砂轮转速抑制磨削颤振            | 89  |
| 5.3.3 | 变工件转速抑制磨削颤振            | 91  |
| 5.4   | 抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法   | 94  |
| 5.4.1 | 正交试验设计与分析              | 95  |
| 5.4.2 | 单因素试验与分析               | 97  |
| 5.4.3 | 工艺条件的适配                | 99  |
| 5.5   | 本章小结                   | 101 |
| 6     | 基于 EST 的磨削表面圆度、圆柱度误差研究 | 104 |
| 6.1   | 引言                     | 104 |
| 6.2   | 三点法圆度误差分离原理            | 105 |
| 6.3   | 影响分离精度的因素及提高分离精度的措施    | 109 |
| 6.3.1 | 圆度误差分离谐波抑制及其消除         | 109 |
| 6.3.2 | 圆度误差分离的幅值传递            | 110 |
| 6.3.3 | 圆度误差分离的灵敏度分析           | 111 |

|       |                                 |     |
|-------|---------------------------------|-----|
| 6.3.4 | 其他提高误差分离精度的途径 .....             | 112 |
| 6.4   | 圆度误差分离的时域法 .....                | 114 |
| 6.4.1 | 时域法圆度误差分离原理 .....               | 114 |
| 6.4.2 | 时域法和频域法圆度误差分离技术的<br>联系与比较 ..... | 116 |
| 6.5   | 三点法圆度误差分离的演化与近似方法 .....         | 117 |
| 6.5.1 | 四点法与多点法 .....                   | 117 |
| 6.5.2 | 两点近似法 .....                     | 118 |
| 6.6   | 圆柱度误差分离技术 .....                 | 119 |
| 6.6.1 | 三点法圆柱度 EST .....                | 120 |
| 6.6.2 | 截面平均半径差 .....                   | 123 |
| 6.6.3 | 截面最小二乘圆心位置 .....                | 125 |
| 6.6.4 | 圆柱体形状误差的重构 .....                | 126 |
| 6.7   | 本章小结 .....                      | 129 |
| 7     | 主要结论 .....                      | 130 |
|       | 参考文献 .....                      | 133 |

# 1 绪 论

## 1.1 引言<sup>[1~5]</sup>

先进制造技术是当前国内外的一个重点研究方向,是推动国防、汽车等基础工业发展的高新技术,其最终目标是低成本、高效率、高质量地完成生产任务。制造过程自动化是先进制造技术的主要标志之一,其关键性技术基础为:

- (1) 并行工程环境下的 CAD/CAM 一体化;
- (2) 面向自动化的虚拟制造技术;
- (3) 制造过程中的检测、监控与诊断技术;
- (4) 机器人化制造技术。

可见,制造过程中的检测、监控与诊断技术已成为先进制造技术中重要的研究内容。制造过程的工况监测与故障诊断的目标是对生产过程中产生的各种信息进行获取、传输、处理、分析和应用,确保生产加工高效合格地进行。先进制造过程中可以依靠生产设备自身所具有的完善的自监视、自诊断及自动控制、补偿功能、故障自排除功能来保证无废品加工。先进制造中的监控技术是集传感器技术、计算机技术、信号处理及自动控制等为一体的综合性技术。

通过对制造过程进行检测、监控,可以保证加工质量、降低产品生产成本、保证加工系统的安全运行。当前在该领域所开展的研究工作主要包括:

- (1) 机床状态监控(如机床动态特性监控、机床运动精度诊断等);
- (2) 刀具状态监控(如刀具磨损、破损状态监控);

(3) 加工过程监控(如加工中振动监控、温度监控等);

(4) 工件加工质量监控(如工件尺寸、形状误差的检测与监控等)。

先进制造技术的发展,对加工过程与产品质量检测、监控提出了更高的要求,要求其于制造自动化、智能化、柔性化及集成化相适应。

磨削加工是机械制造中重要的加工方法之一。它不仅是精密加工的主要方法,而且随着 CBN 磨料的使用,高速、强力磨削(如缓进给深磨等)技术的推广,以及磨削过程自动化、数控化和智能化的发展,已成为一种高效率的加工方法。磨床在加工机床中也占有相当大的比例。1997 年欧洲机床展览会(EMO)的调查数据表明,25%的企业认为磨削是他们应用的最主要的加工技术,占 47%,而车削只占 23%,铣削占 22%,其他占 8%;而磨床在企业中占机床的比例高达 42%,车床占 24%,铣床占 22%,钻床等占 12%。我国从 1949~1998 年,开发生产的通用磨床有 1 800 多种,专用磨床有几百种,磨床的拥有量占金属切削机床总拥有量的 13%左右。可见,磨削技术在机械制造业中占有极其重要的位置。目前,磨削技术的发展趋势是:发展超硬磨料磨具;研究精密及超精密磨削、高速高效磨削机理并开发有关新的磨削工艺技术;研制高精度、高刚性的自动化磨床。其关键技术为:磨削机理及磨削工艺的研究;高速、高精度主轴单元制造技术;精密、高速进给单元制造技术;砂轮制造及其新技术;机床支承及辅助单元制造技术;砂轮在线修整技术;环境友好的相关磨削技术;磨削过程的检测控制技术;磨削过程的仿真与虚拟技术。

磨削过程的检测与控制,主要是通过传感器拾取有关信号,并对其进行分析与处理,进而实现对磨削过程实时监控。例如,对砂轮的磨损及破损情况进行监测和控制,对工件的尺寸、形状与位置精度和加工表面质量进行监控。与国外相比,国内在磨削过程的

在线监测、监控技术等方面具有较大差距。国内应以实用化为目标,加强对砂轮磨损及破损、工件的加工质量等在线监控技术的研究,开展自适应控制及智能控制的研究。随着计算机技术及模拟技术的发展,利用计算机进行磨削基本参数及磨削工艺的仿真,通过模拟磨削过程,分析和预测不同条件下磨削效果和磨床性能,也将成为重要的研究内容。

在磨削过程中,振动是一种十分有害的现象,它不仅会降低加工表面质量、缩短砂轮的寿命,还会影响生产率的提高,严重时甚至导致加工无法进行。因此本书主要研究磨削过程振动,特别是磨削颤振(自激振动)现象产生的机理,对磨削过程振动进行检测、监控,提出抑制振动的技术措施以及对磨削表面形貌误差进行分析。此项工作的开展具有重要的理论意义和实用价值,符合磨削技术的发展和现代制造过程的要求。2001年8月在法国南锡举行的第51届CIRP(国际生产工程研究学会)大会磨削方面的主题报告为“磨削颤振——产生和抑制”,也充分说明此项工作的重要意义。

## 1.2 机械加工颤振研究概况

加工过程中的振动一般分为两类——强迫振动和自激振动(颤振)。前者产生的原因和解决办法一般比较明确,而后者产生的机理、发展规律以及对加工系统的影响比较复杂。

机械加工中颤振的研究,自20世纪50年代以来,一直是制造业中的主要研究课题之一。20世纪80年代以来,一方面,加工质量、生产效率、自动化程度的提高以及现代化制造系统的发展,要求对颤振实施在线监控技术;另一方面,计算机技术、控制论、系统论、信息论的深入应用,各学科之间的日益相互渗透与交叉,为颤振研究提供了更为广阔的理论基础与技术手段,使得切削颤振的研究无论在理论研究还是在实用技术开发方面都较过去有了较深

刻的变化与长足的发展。集中体现在以下四个方面：① 颤振机理与模型的研究，主要包括颤振产生的物理原因、线性或非线性数学模型、稳定性条件等；② 系统动态特性的研究，主要包括机床结构的动态特性、切削过程的动态特性、机床切削系统的辨识；③ 颤振预防与控制的研究，主要包括机床结构的设计与改进、减振装置的使用、切削参数的调整等；④ 颤振的在线检测与监控，主要包括颤振征兆的特征与判别、控制策略等。

### 1.2.1 切削颤振的研究概况

就切削(如车削、铣削、钻削等)颤振的研究而言,在上述四个方面国内外学者已经取得显著成果,形成了大量的文献性资料。

在颤振机理与模型研究方面,根据颤振形成的物理原因,目前得到公认的有再生型颤振、振型耦合型颤振和摩擦型颤振,其中再生型颤振在实际中最为多见。再生型颤振是由于上次切削所形成的振纹与本次切削的振动位移之间的相位差导致刀具切削厚度的不同而引起的颤振,也称切削厚度变化效应。在线性理论范围内,一般采用控制理论中传递函数方块图的方法求出系统的稳定性条件,或直接由系统微分方程得到特征方程而求出系统的稳定性条件。再生颤振的非线性理论则考虑了切削过程的非线性因素(诸如后角限制、刀具振离工件表面等)与机床结构的非线性因素(诸如机床结构的非线性刚度等)建立非线性模型。非线性模型及其研究方法无疑是再生颤振研究的重大进展,它使再生颤振在理论与研究方法上更加完备,在应用中更接近实际。振型耦合型颤振是由于振动系统在两个方向上的刚度相接近导致两个固有振型相接近(即耦合)时而引起的颤振。耦合型颤振一般是对两自由度线性系统而言,一般采用振动理论中模态分析方法即可得到系统的特征方程与稳定性条件。耦合型颤振的理论对机床设计时考虑如何配备机床各部件在不同方向上的刚度具有指导意义。摩擦型颤振是指切削速度方向上刀具与工件之间的相互摩擦所引起的颤

振,而产生这种相互摩擦的原因较多,如切削速度增大时切削力的下降特性,切削力相对于切削速度与刀具前角的动态变化的相位滞后特性,等等<sup>[6]</sup>。再生颤振是指刀具与工件之间在切入方向(横向)上的相对振动。摩擦型颤振则是指切削方向(周向)上的振动,就目前的研究情况来看,对这种颤振产生原因与物理机理的认识比较一致,但还没有提出描述这种颤振的较为合理的数学模型。需要指出,除上述公认的三种颤振类型外,星铁太郎还提出了一种混合型颤振,称为“位移干扰强迫振动”<sup>[7]</sup>,这是由强迫振动频率与机床切削系统的颤振频率相重合时所引起的一种振动。后有人<sup>[8]</sup>更新了星铁太郎的这一概念,提出了强迫再生振动的概念,并进行了深入研究。

对机床切削系统动态特性的研究可分为三个方面:机床结构动态特性的研究,切削过程动态特性的研究和机床切削系统辨识。机床结构动态特性的研究主要有有限元计算分析法和试验模态分析法,这在 20 世纪 80 年代甚为盛行<sup>[9~13]</sup>。计算分析法在计算中很难准确地计入实际刚度与阻尼,对复杂机械结构还必须作适当的简化,计算结果只能大体反映机床结构的动态特性;而实验分析法与计算分析法相结合,共同确定机床结构的动态特性已经发展得较为成熟,但其缺点在于,机床非工作状态下的动态特性往往与工作(切削)状态下的动态特性有较大差别,因此试验结果很难反映切削状态下的机床切削系统的动态特性。切削过程的动态特性主要是指切削力的动态特性,可通过动态切削力系数(Dynamic Cutting Force Coefficient, DCFC)进行研究。这一研究具有以试验为基础,再根据试验结果确定理论公式的特点。DCFC 的试验方法分为静态法与动态法。静态法是利用稳态切削的结果经理论计算而确定 DCFC,动态法则进行动态切削(如造波切削、去波切削等)而确定 DCFC,研究中多采用动态法<sup>[14~19]</sup>。分析 DCFC 的目的是为了研究与机床结构动态特性无关的、切削过程本身所

固有的动态特性,然而,由于试验必须在机床上进行,所取的动态切削力信号中必然包含机床结构动态特性的信息,很难肯定由此得出的 DCFC 就完全是单纯切削过程的动态特性。以上两方面研究是对机床切削系统中的两个环节分别加以研究,但由于机床结构与切削过程是相互耦合在一起的,很难将两者的动态特性绝对分开。20 世纪 80 年代以来,发展了对机床切削系统进行系统辨识的方法。这种方法是在切削加工状态下,以机床切削系统为对象,对整个系统进行辨识,而不是研究其中的单个环节。以 S. M. Wu 为代表的一批学者将时序分析与系统辨识相结合,进行机床切削系统动态特性的辨识与分析,开展了大量的研究<sup>[20~24]</sup>。由于时序分析通常是测取机床切削加工状态下的振动信号进行建模、分析,由此得出的是整个机床切削系统的动态特性。

关于颤振预防与控制的研究可归纳为三类方法:(1) 机床结构改进与优化设计的预防方法,该方法以增大机床结构的刚度与阻尼为手段,在设计阶段考虑机床的抗振性;或是在机床的使用阶段对机床的薄弱环节进行结构改进以增大刚度和阻尼。(2) 采用吸振器或附加装置的控制方法,该方法多采用被动型的吸振器,最为典型的是用于镗杆消振的冲击吸振器,其基本结构是在镗杆中装入一个冲击块,依靠冲击块与镗杆孔的摩擦阻尼而消耗镗杆的振动能量。(3) 反馈控制减振器法,就是应用控制理论从外部供给能量进行主动补偿控制,如采用激振器在刀具与工件之间施加一个与颤振同频率、同振幅但反相位的振动位移,或施加与动态切削力同频率、同振幅但反相位的激励力,以抵消刀具与工件之间的相对振动<sup>[27,28]</sup>。上述控制方法总需要对机床结构附加一套吸振或消振装置,使用不太方便。调整切削参数的控制方法主要是通过调整切削参数,如主轴转速、进给量、切削深度、刀具角度等,实质上是改变切削刚度与切削阻尼,以抑制颤振。在调整切削参数的控制方法中,特别值得指出的是变速切削的控制,即按照一定的

规律(如正弦波、三角波、方波等)连续改变主轴转速以抑制颤振。此方法国内外进行了许多研究<sup>[29~31]</sup>。变速切削对于不同动态特性的机床切削系统,只需通过软件改变控制系统的变速规律便可进行控制,因此具有较好的适应性。

切削颤振的在线监视与控制技术,是20世纪80年代开始迅速发展起来的一项实用技术。这是因为,一方面,上述对颤振机理、系统动态特性与颤振控制的研究实际上不可能完全避免颤振;另一方面,现代测试技术、信号处理技术、计算机技术、自动化技术以及有关理论的发展,为颤振的监控提供了必要的技术与理论基础。因此,颤振的在线监控日益受到广泛的重视,国内外学者开展了大量的研究工作<sup>[32~37]</sup>。这项研究是在线监视切削过程的动态信号(如振动信号、切削力信号等),提取颤振预兆作为特征量并进行分类,对颤振进行早期预报,以及时采取控制措施避免颤振,其关键在于特征量的构造及其准确性。需要指出,随着人工智能、专家系统技术在工程上的广泛应用,颤振在线监控的智能化将成为切削过程工况检测与故障诊断技术发展的趋势。

### 1.2.2 磨削颤振的研究与进展

磨削颤振是磨削加工中最重要的误差源之一,对工件最终几何精度有直接的影响。磨削过程中有两种基本形式的振动——强迫振动和自激振动。强迫振动的主要原因是砂轮不平衡和偏心,易于确定。消除砂轮不平衡和偏心可通过多次平衡和整形交替进行。而颤振(自激振动)很难确定和成功地抑制。

除机床结构动态特性研究方面(1.2.1部分已有所论述)以外,与切削颤振的研究相比,磨削颤振的研究在各方面显得进展较慢,主要原因在于磨削过程的特殊性(使用特殊刀具——砂轮),使得影响磨削过程动态特性的因素十分复杂,给磨削颤振机理与监控的研究带来很大困难。尽管如此,长期以来,国内外学者一直不断地进行磨削颤振理论和实验研究,以揭示磨削颤振产生机理、发

展规律,寻求监控和抑制磨削颤振的有效方法。自 1954 年 R. S. Hahn 提出磨削过程的再生颤振理论后,一个时期(至 20 世纪 70 年代)以来一批学者对磨削颤振现象进行了较为深入的研究,在磨削过程动态建模与分析方面形成了两种流派:

(1) 频域法:它是基于经典控制理论中的传递函数法建立系统的数学模型,求得系统的传递函数,由其特征方程获得系统的稳定性判据,在复频域中画出 Nyquist 图进行分析。该方法最具代表性的是 R. Snoeys 的磨削过程频域动态模型<sup>[38]</sup>。

(2) 时域法:它由系统的微分方程解得系统的稳态响应,进而由系统参数获得稳定性判据,进行稳定性分析。该方法最具代表性的是 R. A. Thompson 的磨削过程时域动态模型<sup>[39]</sup>。

从国内外学者对磨削颤振的研究情况看,绝大多数以 Snoeys 模型为基础进一步研究系统的稳定性,揭示颤振产生机理、发展规律和寻求抑制颤振的办法。Inasaki 等应用磨削过程的特征方程,通过研究其根,来研究稳定极限和不稳定增长系数<sup>[40]</sup>。F. Hahimoto 等对砂轮与工件之间动态几何干涉的表达、特征根的形态、接触刚度的处理及颤振增长率进行了理论研究和实验分析<sup>[41,42]</sup>。Srinivasan 根据特征方程及其根的分布,提出再生谱的概念(它是一种基于特征方程的频域函数),利用再生谱函数进而分析系统的稳定性<sup>[43]</sup>。T. Matsubara 等<sup>[44,45]</sup>和 M. Weck 等<sup>[46]</sup>分别就工件再生颤振和砂轮再生颤振研究了系统的动态过程稳定性。H. Tetsutaro<sup>[47]</sup>进行了改变磨削参数抑制磨削颤振的研究。国内学者徐燕申、李刚将接触阻尼引入动态模型,并将模型中各参数视为磨削状态的函数进行研究和分析<sup>[48,49]</sup>;于骏一、韩相吉等在变速磨削抑制颤振方面进行了理论和实验研究<sup>[50,51]</sup>。

自 20 世纪 90 年代起,在磨削过程时域建模与仿真以及磨削颤振监控方面取得了一定的进展。文献<sup>[52]</sup>基于所建模型,将磨削过程中振动对砂轮和工件表面的影响进行计算机仿真:输入为

砂轮的横向进给量,输出为砂轮的总磨损量和工件的总磨除量,并将砂轮和工件的磨损(除)进展情况绘出图形输出,在此基础上进一步分析磨削过程的动态特性。文献[53]根据磨削过程系统方块图模型,建立了对应的 Simulink 模型,以具体的磨削数据运行该模型可获得所需变量的数据或有关图形。在磨削颤振的识别和分类与监控研究中,K. Mori 等<sup>[54]</sup>研制了一种磨削过程振动诊断系统,它集成了神经网络和基于知识的系统。文献[55]将熵函数用于磨削再生颤振分类中,并与神经网络方法进行了比较。文献[56]提出了识别砂轮寿命的神经网络方法,网络输出只有一个,表示颤振是否发生,即按照网络输出值识别出颤振加速度的阈值。

尽管对磨削颤振国内外学者进行了大量的研究,但在以下方面仍待进一步深化和加强。

(1) 对于磨削颤振的产生机理尚待进一步认识和研究,如横向上的两种再生颤振类型——砂轮再生型颤振、工件再生型颤振的具体形成条件的再认识,以及周向颤振的研究。

(2) 关于磨削过程动态模型的建立与分析。目前对砂轮与工件之间的接触参数的描述和求取还不够完善(如仅以静态接触刚度作为接触参数);在建模分析中除横向振动外,还应考虑工件和(或)砂轮的扭转振动加以研究,在这一方面虽有人涉足<sup>[57]</sup>,但还不够完善。

(3) 处于加工状态下的机床结构与磨削过程构成一个闭环系统,其中两个环节是相互耦合在一起的,很难将两者的动态特性绝对分开。因此,在探索磨削颤振产生、发展规律的研究中应重视使用系统辨识的方法(如时间序列分析方法),即在加工状态下,以磨削系统(磨床—砂轮—工件系统)为对象,对整个系统进行辨识。

(4) 实际的磨削动态过程为非线性时变系统。对这种复杂系统的研究,一方面应继续利用人工神经网络的优势加以研究,另一方面还应重视混沌理论与分析方法的应用。目前已开展了有关切

削加工过程的混沌研究;文献[58]指出切削颤振与混沌有关;文献[59]对车削过程的混沌特性进行了研究;文献[60]基于非线性模型,研究了铣削过程的混沌特性。而磨削过程的混沌研究尚未见报道。因此,应用混沌理论和分析方法,特别是由一维输出时间序列(如磨削力、振动加速度等)通过重构相空间对动力系统进行混沌分析的方法,应作为进一步研究磨削颤振的一个重要方面。

(5) 在抑制磨削颤振技术措施方面,传统的方法是采用变速磨削,即在磨削过程中以一定的规律改变磨削参数(如工件转速、砂轮速度等)抑制颤振。一方面其抑振机理尚待进一步研究;另一方面变速磨削时有很大的电流通过驱动电机,实际使用时对供电线路、功率放大器、电动机的热载能力均有较高要求;此外,由于要附加一些调速装置使得实现起来比较麻烦。因此,有必要寻求更为方便、实用、有效的磨削颤振抑制方法。

(6) 磨削表面形貌误差(如表面波纹度等)作为砂轮和工件之间相对振动的结果,其信息中理应含有系统动态特性及颤振信息。或者说,加工中动态磨削力、砂轮与工件之间的相对振动以及工件表面波纹这三方面的信息不是孤立的,是相互联系的。因此,通过研究磨削表面形貌误差来研究磨削颤振及其抑制应作为一个重要途径。

### 1.3 精密检测中的误差分离技术(EST)概述

精密加工与检测是先进制造技术中的重要研究内容之一。一般说来,提高加工或测量精度主要通过两个途径:一是提高机床或测量机本身的精度(即使用超精密机床或量仪);二是实施基于误差分离技术(Error Separation Technique, EST)的补偿加工。不能单纯靠提高加工或测量设备精度的传统方法来控制加工对象,这一点已为专家所共识。例如,使用先进的 Taylor Hobson 公司的 Talyround300 圆度仪,其工作台主轴的回转精度可达 25 nm,

移动导轨直线度可达  $0.5 \mu\text{m}/500 \text{ mm}$ ,但因移动导轨与工作台回转轴线平行度只能保证  $1''$ ,因此,在分别测量  $100 \text{ mm}$ 、 $500 \text{ mm}$  长的圆柱度时,测量机本身可能造成的极限测量误差分别接近  $1 \mu\text{m}$  和  $3 \mu\text{m}$ ,远低于被测工件的精度。由此可见,误差分离技术在精密加工与测量中具有重要的意义。

误差分离(ES)的思路是:利用被测工件轮廓不变这一特征,通过适当布置传感器对工件进行测量。这时测量信号为一综合误差信号,其中含有被测工件的形状误差,也含有机床或测量机的运动误差。然后经过适当的数学变换与处理,把被测工件形状误差与机床或测量机的运动误差区分开,从而获得工件形状误差以及机床或测量机的运动误差,以便实施补偿加工或对加工、测量设备进行精度诊断。

自从 1966 年日本东京大学的大园教授提出三点法圆度误差分离技术以来,国内外学者一直不断地对此加以研究和应用。近十年来日本几所大学对 EST 进行了较深入的研究:加藤秀雄提出了测头转位的圆度误差分离法,并以此做了进一步的研究<sup>[62,63]</sup>;清野慧在研究物体表面形状测量时,为克服直线度误差两点法的不足提出混合两点法并加以研究<sup>[64,65]</sup>。国内一些大学近些年来也做了许多有关研究:上海交通大学的洪迈生教授等、国防科技大学的李均教授等、天津大学的张国雄教授等、清华大学的顾启泰教授等,分别在磨削加工中就地实施 EST 和在测量机上使用 EST 进行了研究,取得了不少成果<sup>[66~70]</sup>。

纵观 20 世纪 90 年代以来国内外 EST 方面的研究,可知仍然存在一些有待深入的问题,主要有:

- (1) 各种 EST 方法的内在联系以及统一规律;
- (2) 测量精度的提高以及分离的完全性;
- (3) 多维 EST(如圆柱度误差)及分离后形状误差的表面精确重构。

## 1.4 本书的主要研究内容

本书的研究是结合中国矿业大学科技基金资助课题“磨削颤振机理及抑制技术的研究”与国家自然科学基金资助课题“高精度表面空间反滤波及重构技术”(作者在上海交通大学的访问研究课题)进行的。研究内容主要包括以下两部分:外圆切入式磨削颤振的研究和基于 EST 的磨削表面形状误差测量的研究。

第一部分是课题的主要研究内容,具体包括:

(1) 对磨削颤振机理的深入研究,特别是对再生型颤振的机理研究和砂轮与工件系统的扭转振动对磨削颤振影响的研究。

(2) 建立更加完善的磨削系统动力学模型,从理论、计算机仿真和实验诸方面对系统进行稳定性分析。

(3) 在试验基础上,研究磨削过程动态特性,寻求颤振的产生机理和发展规律,以及磨削表面形貌误差(表面波纹度)与磨削振动之间的关系。

(4) 对磨削颤振进行非线性研究。一方面,应用人工神经网络对磨削颤振进行识别和分类;另一方面,应用混沌理论分析方法,从单个输出变量的时间序列提取系统的动力特性,从而进一步研究磨削颤振信号的非线性行为。

(5) 对现有变速磨削抑振方法进行机理分析,在实验的基础上,提出更为经济实用、方便有效的磨削颤振抑制策略,即在一定磨削条件下的工艺参数合理匹配原则。

第二部分主要研究磨削表面的圆度误差分离和圆柱度误差分离与重构理论和方法:

(1) 研究圆度误差分离诸方法间的相互关系及内在统一性。

(2) 研究引起圆度误差分离结果失真的诸因素,提出提高圆度误差分离精度的措施。

(3) 研究圆柱度误差分离与重构理论和方法。

## 2 磨削过程动态模型 与磨削颤振机理

### 2.1 引言

磨削是精加工的主要方法之一,要求得到较高的加工表面质量。因此,应尽可能地保持磨削过程的稳定性,避免颤振的产生。为了获得更高的生产率,通常是在一次装夹的条件下,用磨削的方法对工件进行粗、精加工。这时,磨削加工的颤振问题显得更加突出,它不仅降低加工表面的质量,而且是限制充分利用磨床的可用能力的主要因素。因此,根据磨床及磨削过程的动力特性,研究磨削过程是否稳定,亦即是否产生颤振,就变得尤其重要。由于磨削中的颤振有其特殊性,其机理揭示得还不够充分,有待深入研究。

磨削与其他具有固定刀刃的切削相比,虽然都属于金属切削,但是,磨削过程远比一般的切削过程要复杂得多,磨削中的颤振更比一般的切削颤振要复杂。因为在磨削过程中砂轮的圆周表面会出现不均匀的磨损和堵塞,从而改变了砂轮的形状和切削性能,砂轮的不均匀磨损和堵塞又反过来影响磨削过程。除有关切削过程的各种效应也会在磨削中出现外,还存在以下特殊问题。

#### 2.1.1 砂轮的接触刚度

由于在磨削过程中砂轮只有部分磨粒与工件相接触,磨粒又支撑在弹性结合剂上,故砂轮的接触刚度较之于金属刀具的接触刚度要小,因此,砂轮的接触变形对颤振产生较大的影响。而且,砂轮接触刚度还具有硬弹簧型的非线性特性,即随着磨削力的增加,由于实际接触的磨粒增加,而使接触刚度增加。砂轮的接触刚度受很多因素的影响,如砂轮硬度的不同、结合剂的种类不同,砂

轮和工件接触的磨粒数也不会相同,因此接触刚度也就不同。又如,工件直径产生变化,使接触长度不同而引起接触刚度的变化。接触刚度的具体数值取决于砂轮结构的弹性模量、砂轮和工件的尺寸以及砂轮与工件之间的径向作用力等参数。

### 2.1.2 砂轮的磨损

在磨削过程中,虽然砂轮与其他金属切削刀具一样都会被磨损,但是,砂轮中被磨钝的磨粒会自动脱落而出现新的磨粒,因此,砂轮的磨损率比普通刀具的磨损率要大。通常把磨削过程称为砂轮和工件的相互切削过程。磨削中的再生效应不仅会在工件上残留振纹,而且也会在砂轮上留下振纹。具有振纹的砂轮进行切削,又给磨削过程带来了振源。砂轮上的振纹是由砂轮的动态磨损形成的。由于某种偶然原因(如工件表面上的硬质点),砂轮和工件之间的径向力发生变化,将在砂轮某扇形区产生磨损不均匀而留下振纹,随着磨削持续进行,振纹就扩展到整个圆周表面上。

### 2.1.3 磨削中的几何干涉

在车削颤振中,刀刃在工件上的振动轨迹,就是加工表面的廓形。若不考虑塑性变形及方向系数的影响,工件表面上振纹的振幅,就等于刀具相对于工件振动的振幅。而在磨削颤振中,工件加工表面的廓形,并不与砂轮中心相对于工件的振动轨迹相同,而是在此轨迹上各砂轮圆周表面的包络线,或者说工件表面上的振纹是由砂轮振动各连续位置的包络线形成的。在一定条件下,工件表面上振纹的幅值小于砂轮相对于工件振动的振幅,这个现象被称为磨削过程的几何干涉或磨削过程的几何传递效应。

本章就外圆切入式磨削,对其动态磨削过程进行建模与分析,并进一步研究磨削颤振机理。

## 2.2 磨削过程基础模型

### 2.2.1 模型的建立

如图 2-1 所示,设磨削过程中任一时刻  $t$ ,砂轮的总进给量为  $U_0(t)$ 、砂轮的总磨损量为  $W_g(t)$ 、工件的总磨除量为  $W_w(t)$ 、砂轮与工件之间的接触变形为  $X_c(t)$ 、机床结构变形为  $X_m(t)$ ,则磨削过程应满足下列方程

$$U_0(t) = W_g(t) + W_w(t) + X_c(t) + X_m(t) \quad (2-1)$$

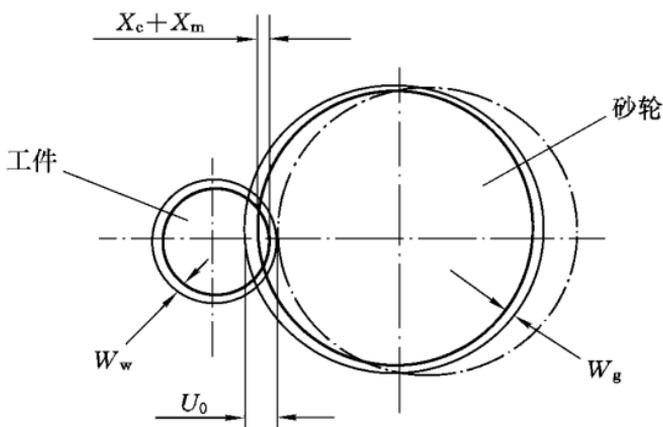


图 2-1 磨削过程模型

而

$$W_g(t) = W_g(t - T_g) + \Delta W_g(t) \quad (2-2)$$

$$W_w(t) = W_w(t - T_w) + \Delta W_w(t) \quad (2-3)$$

$$X_c(t) = F_n(t)/k_c \quad (2-4)$$

$$X_m(t) = \frac{G_m(s)}{k_m} F_n(t) \quad (2-5)$$

$$\Delta W_g(t) = F_n(t)/k_g \quad (2-6)$$

$$\Delta W_w(t) = F_n(t)/k_w \quad (2-7)$$

式(2-2)~式(2-5)中,  $\Delta W_g(t)$  为砂轮瞬时磨损量;  $\Delta W_w(t)$  为工件的瞬时磨除量;  $T_g$  为砂轮的旋转周期;  $T_w$  为工件的旋转周期;  $k_g$  为砂轮的磨损刚度;  $k_w$  为工件的磨削刚度;  $F_n(t)$  为法向(径向)磨削力;  $k_c$  为砂轮与工件之间的接触刚度;  $k_m$  为机床结构刚度;  $G_m(s)$  为机床结构的标准化传递函数;  $G_m(s)/k_m$  为机床结构动柔度。

分别对式(2-1)~式(2-7)进行拉氏变换, 得

$$U_0(s) = W_g(s) + W_w(s) + X_c(s) + X_m(s) \quad (2-8)$$

$$W_g(s)/\Delta W_g(s) = 1/(1 - e^{-T_g s}) \quad (2-9)$$

$$W_w(s)/\Delta W_w(s) = 1/(1 - e^{-T_w s}) \quad (2-10)$$

$$\Delta W_g(s) = F_n(s)/k_g \quad (2-11)$$

$$\Delta W_w(s) = F_n(s)/k_w \quad (2-12)$$

$$X_c(s) = F_n(s)/k_c \quad (2-13)$$

$$X_m(s) = [G_m(s)/k_m]F_n(s) \quad (2-14)$$

由式(2-8)~式(2-14)可绘出磨削过程的系统框图如图 2-2 所示。

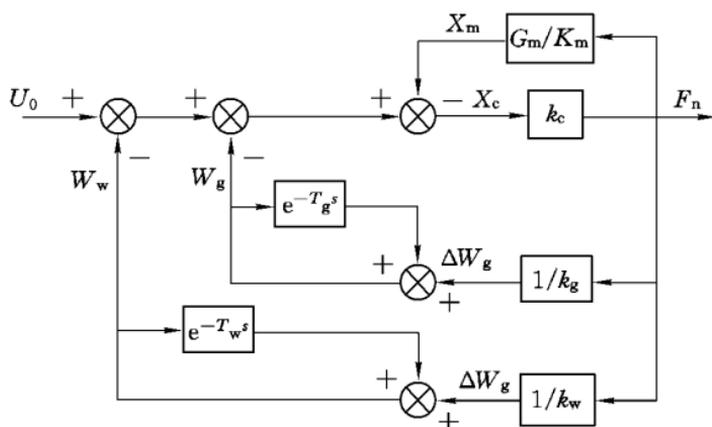


图 2-2 磨削过程系统方块图

由图 2-2 可得磨削过程系统的传递函数为

$$\frac{F_n(s)}{U_o(s)} = \frac{k_c}{1 + k_c \left[ \frac{G_m(s)}{k_m} + \frac{1}{k_g} \frac{1}{1 - e^{-T_g s}} + \frac{1}{k_w} \frac{1}{1 - e^{-T_w s}} \right]} \quad (2-15)$$

其特征方程为

$$1 + k_c \left[ \frac{G_m(s)}{k_m} + \frac{1}{k_g} \frac{1}{1 - e^{-T_g s}} + \frac{1}{k_w} \frac{1}{1 - e^{-T_w s}} \right] = 0 \quad (2-16)$$

### 2.2.2 磨削过程系统稳定性分析

将特征方程式(2-16)改写为

$$\frac{G_m(s)}{k_m} = - \left( \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_g} \frac{1}{1 - e^{-T_g s}} + \frac{1}{k_w} \frac{1}{1 - e^{-T_w s}} \right) \quad (2-17)$$

系统的特征方程描述了系统的固有特性,它的根确定系统的状态。特征根的一般式为  $s = \sigma + j\omega$ 。当  $\sigma < 0$  时,系统的振动是收敛的,即系统稳定;当  $\sigma > 0$  时,系统是发散的,即系统失稳。因此可以用  $\sigma$  作为磨削颤振的增长系数来表征系统的状态。

通常颤振频率与机床结构的某一固有频率有关。为了便于分析,将机床结构简化为单自由度系统进行理论研究,传递函数为

$$G_m(s) = \frac{1}{s^2/\omega_n^2 + 2\xi s/\omega_n + 1} \quad (2-18)$$

式中,  $\omega_n$  为机床结构固有频率;  $\xi$  为机床结构阻尼比。将式(2-18)代入式(2-17)得

$$\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{s^2/\omega_n^2 + 2\xi s/\omega_n + 1} = - \left( \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_g} \frac{1}{1 - e^{-T_g s}} + \frac{1}{k_w} \frac{1}{1 - e^{-T_w s}} \right) \quad (2-19)$$

令  $s = \sigma + j\omega$ , 代入式(2-19), 使两边实部对应相等, 整理得

$$-\frac{1}{k_c} = \frac{1}{k_m} \frac{\frac{\sigma^2 - \omega^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi\sigma}{\omega_n^2} + 1}{\left( \frac{\sigma^2 - \omega^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi\sigma}{\omega_n^2} + 1 \right)^2 + \left( \frac{2\sigma\omega}{\omega_n^2} + \frac{2\xi\omega}{\omega_n} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{k_g} \frac{1 - e^{-T_g \sigma} \cos T_g \omega}{1 - 2e^{-T_g \sigma} \cos T_g \omega + e^{-2T_g \sigma}} \\
& + \frac{1}{k_w} \frac{1 - e^{-T_w \sigma} \cos T_w \omega}{1 - 2e^{-T_w \sigma} \cos T_w \omega + e^{-2T_w \sigma}} \quad (2-20)
\end{aligned}$$

根据式(2-20)选择适当的参数进行仿真计算,可得到颤振增长系数与接触刚度之间的关系曲线如图 2-3 所示。

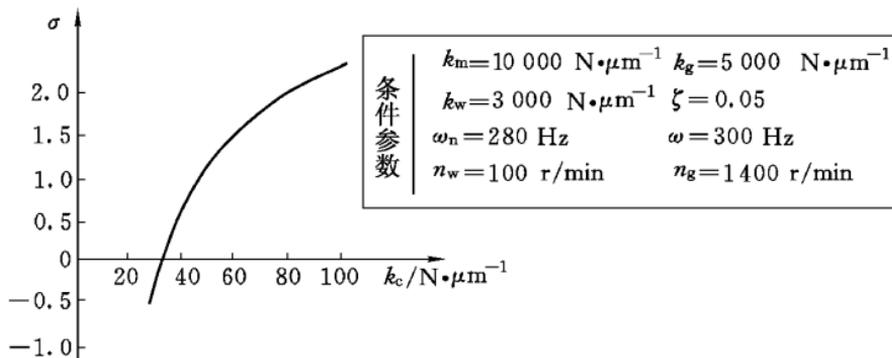


图 2-3 颤振增长系数与接触刚度关系曲线

从图 2-3 可以看出:颤振增长系数  $\sigma$  是接触刚度  $k_c$  的增函数;减小  $k_c$  则  $\sigma$  降低,系统的稳定性增加。 $\sigma=0$  是系统稳定的临界条件,此时  $s=j\omega$ ,代入式(2-19)并整理得

$$\begin{aligned}
\frac{1}{k_m} \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) - j \frac{2\xi\omega}{\omega_n}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{2}{k_c} + \frac{1}{k_g} + \frac{1}{k_w}\right) + \\
\frac{1}{2} j \left(\frac{\sin T_g \omega}{1 - \cos T_g \omega} + \frac{\sin T_w \omega}{1 - \cos T_w \omega}\right) \quad (2-21)
\end{aligned}$$

根据式(2-21)可得磨削过程稳定性图,如图 2-4 所示。图中直线  $\eta$  为磨削过程动柔度曲线;圆为机床结构动柔度曲线。由图可见:如果机床动柔度曲线与直线  $\eta$  不相交,则系统稳定。直线  $\eta$  的位置受  $k_c$ 、 $k_g$ 、 $k_w$  的影响,它们的值越小,直线  $\eta$  就越远离虚轴,

系统稳定性越强。由于  $k_c$  项的系数为 2, 即  $k_c$  发生变化时具有双倍效应, 所以砂轮与工件的接触刚度对系统稳定性的影响最大。

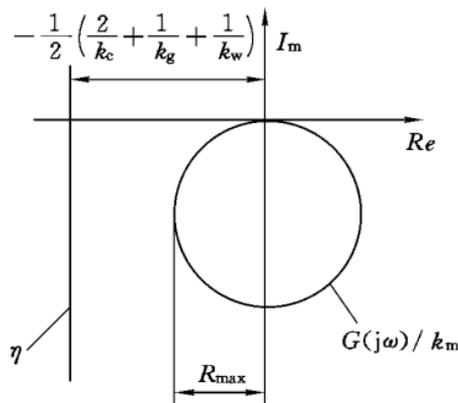


图 2-4 磨削过程稳定性图

砂轮与工件之间的接触变形, 可分为砂轮接触变形和工件接触变形两部分。但由于工件一般具有较高的硬度, 并且体积小, 它的接触变形远小于砂轮的接触变形, 所以分析中可以用砂轮的接触变形来代替砂轮与工件之间的总变形。

### 2.3 磨削系统时域法建模与分析

实际的磨削系统是一个非线性时变系统。时变性主要是由于砂轮的磨损和切削载荷的变化, 而非线性主要表现在磨削力与接触变形之间的相互关系。根据李亚普诺夫稳定性理论, 一个小变化量的实际系统的稳定性与它的局部线性化系统的稳定性是相一致的(局部稳定性)。为了使问题简化, 能够得到比较实用的结论, 一般在进行磨削系统分析时都忽略它的非线性和时变性。假定磨削系统是一个线性定常系统, 将磨削稳定性分析方法分为两类。一类是基于经典控制理论中的传递函数法建立数学模型, 得到系统的传递函数, 由特征方程获得系统的稳定性判据(如 2.2 部分所

述)。另一类则是基于时域法,由系统的微分方程,解得系统的稳态响应,再由系统参数获得稳定性判据。下面采用时域法对磨削系统进行建模及稳定性分析。

### 2.3.1 时域模型的建立<sup>[71]</sup>

外圆切入磨削模型如图 2-5 所示。

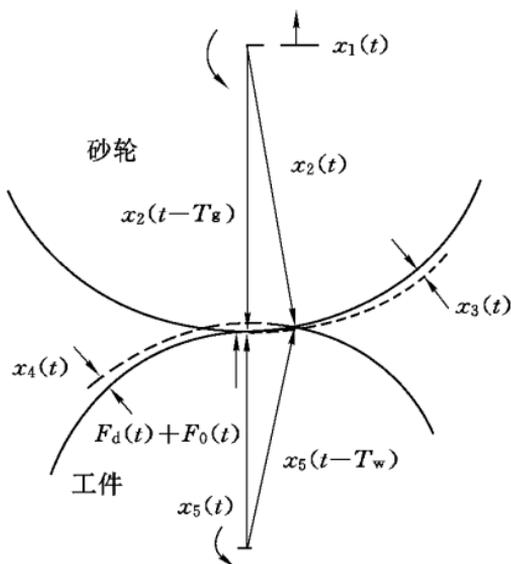


图 2-5 外圆切入式磨削时域模型

磨削变量  $Y_i$  应是静态变量  $X_i$  与动态变量  $x_i$  之和,即

$$Y_i = X_i + x_i \quad (2-22)$$

图中只研究动态变量部分,符号意义如下: $x_1(t)$ 为砂轮中心离平衡位置的动态位移; $x_2(t)$ 为一转磨削结束后砂轮半径的动态变量; $x_2(t-T_g)$ 为一转磨削开始前砂轮半径的变动量; $x_3(t)$ 为砂轮磨损增量的变动量; $x_4(t)$ 为工件磨削厚度的变动量; $x_5(t)$ 为一转磨削结束后工件半径的动态变量; $x_5(t-T_w)$ 为一转磨削开始前工件半径的动态变量; $T_g$ 、 $T_w$ 为砂轮、工件转一转的时间; $F_d(t)$ 为动态法向磨削力; $F_0(t)$ 为静态法向磨削力。

对六个未知数  $x_1 \sim x_5$  和  $F_d$  有下列六个基本方程

$$\text{主轴运动方程} \quad m\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = F_d \quad (2-23)$$

$$\text{砂轮再生关系式} \quad x_2 = x_2(t - T_g) - x_3 \quad (2-24)$$

$$\text{砂轮磨损方程} \quad x_3 = K_g F_d \quad (2-25)$$

$$\text{工件磨削方程} \quad x_4 = K_w F_d \quad (2-26)$$

$$\text{工件再生关系式} \quad x_5 = x_5(t - T_w) - x_4 \quad (2-27)$$

$$\text{接触关系式} \quad x_1 = x_2 + x_3 + x_5 \quad (2-28)$$

其中,  $m$ 、 $k$  和  $c$  分别是假定工件刚性安装时, 砂轮主轴的等效质量、刚度和阻尼;  $K_g$  和  $K_w$  分别是砂轮的磨耗柔度和工件的磨削柔度。

在稳态条件下, 动态磨削力可表示为

$$F_d = F \sin \omega t \quad (2-29)$$

将式(2-29)代入式(2-23)~式(2-27), 可以解出  $x_1 \sim x_5$  如下

$$x_1 = \frac{F [(-m\omega^2 + k) \sin \omega t - c\omega \cos \omega t]}{[(-m\omega^2 + k)^2 + (c\omega)^2]} \quad (2-30)$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} K_g F \sin \omega t + L_g \cos \omega t \quad (2-31)$$

$$x_3 = K_g F \sin \omega t \quad (2-32)$$

$$x_4 = K_w F \sin \omega t \quad (2-33)$$

$$x_5 = -\frac{1}{2} K_w F \sin \omega t + L_w \cos \omega t \quad (2-34)$$

其中,  $L_g$ 、 $L_w$  分别表示砂轮和工件表面的波瓣高度, 表达式为

$$L_g = \frac{1}{2} K_g F \sin \omega T_g / (1 - \cos \omega T_g) \quad (2-35)$$

$$L_w = \frac{1}{2} K_w F \sin \omega T_w / (1 - \cos \omega T_w) \quad (2-36)$$

磨削颤振频率  $\omega$  可表示为波瓣产生频率与波瓣进动率之和<sup>[71]</sup>, 故

$$\text{对砂轮有} \quad \omega = 2\pi N_g / T_G + \Omega_g \quad (2-37)$$

对工件有 
$$\omega = 2\pi N_w / T_w + \Omega_w \quad (2-38)$$

其中,  $N_g$ 、 $N_w$  分别为砂轮与工件的波瓣个数;  $\Omega_g$ 、 $\Omega_w$  分别为砂轮与工件的波瓣进动率。

将式(2-30)~式(2-34)代入式(2-28)可得两个重要方程

$$-c\omega F / [(-m\omega^2 + k)^2 + (c\omega)^2] = L \quad (2-39)$$

其中,  $L$  是波瓣高度之和

$$L = L_g + L_w \quad (2-40)$$

$$\text{又} \quad (-m\omega^2 + k) / [(-m\omega^2 + k)^2 + (c\omega)^2] = -\frac{1}{2}K \quad (2-41)$$

其中,  $K$  是总切削柔度

$$K = K_w + K_g \quad (2-42)$$

### 2.3.2 磨削的无条件稳定性

首先定义两类磨削稳定性:无条件稳定性和条件稳定性。前者是不论在何种砂轮与工件的速度下系统均为稳定的,后者是在一定的砂轮和工件速度下系统才是稳定的。先讨论磨削系统的无条件稳定性。

因为式(2-35)~式(2-42)表征了磨削的稳态响应,故它们的各个参数都具有使再生颤振保持在稳定域边界上的值。在磨削系统中机床参数  $m$ 、 $k$  和切削参数  $K_g$ 、 $K_w$  等保持一定的条件下,只考虑阻尼  $c$ ,那么式(2-39)和式(2-41)中系统的阻尼必须正好保持系统在稳定边界上。如果  $c$  的实际值  $c_0$  大于  $c$ ,则系统是稳定的。

首先从式(2-39)、式(2-41)中消去  $\omega$  解出  $c$

$$c^2 = 2ma^2 / (\alpha a^4 + \beta a^2 + 2k) \quad (2-43)$$

其中,  $\alpha = \frac{K^3}{4} \left(1 + \frac{1}{2}kK\right)$ ;  $\beta = K(1 + kK)$ ;  $a = F/L$ 。

参数  $a$ (定义为稳定性指数)在条件稳定性分析中是很重要的。由式(2-39)可解出  $a$ ,因为  $c$  和  $\omega$  都是正的,  $a$  永远是负的,由

式(2-43)考虑到  $\alpha, \beta$  和  $K$  是正实常数,得

$$\lim_{a \rightarrow 0} c = 0 \text{ 和 } \lim_{a \rightarrow \infty} c = 0 \quad (2-44)$$

根据式(2-44),当  $a = F/L$  趋于零或负无穷时维持系统稳定所需的阻尼也趋于零。在这两个数值之间必有一个  $a$  值使  $c$  达到最大。这个阻尼值称为  $c_m$ ,即维持无条件稳定的最小阻尼值。如果系统实测阻尼  $c_0$  小于  $c_m$  ( $c_0 < c_m$ ),则系统处于条件稳定状态。在特定的砂轮和工件速度下颤振就会发生。如果  $c_0 > c_m$  则系统始终是稳定的。

由  $dc/da = \sqrt{2m}(-\alpha a^4 + 2k)/(\alpha a^4 + \beta a^2 + 2k)^{3/2} = 0$  (2-45)  
得  $-\alpha a^4 + 2k = 0$ ,即

$$a^4 = 2k/\alpha \quad (2-46)$$

代入式(2-43)得

$$c_m^2 = 2m \left( \frac{1}{K} + k \right) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\frac{1}{K^2}}{\left( k + \frac{1}{K} \right)^2}} \right] \quad (2-47)$$

故系统的无条件稳定判据

$$c_0^2 > 2m(D+k) \left[ 1 - \sqrt{1 - D^2/(k+D)^2} \right] \quad (2-48)$$

式中用磨削刚度  $D$  代替了磨削柔度  $K$

$$D = \frac{1}{K} = \frac{1}{K_w + K_g} = \frac{1}{\frac{1}{D_w} + \frac{1}{D_g}} = \frac{D_w D_g}{D_g + D_w} \quad (2-49)$$

其中,  $D_g, D_w$  分别为砂轮的磨耗刚度和工件的磨削刚度。

下面讨论稳定性指数  $a$  的物理意义:由比值  $a = F/L$  和式(2-44),可以认为参数  $a$  是磨削力与波纹相互作用而产生的能量大小的量度,故  $a$  的数值与颤振是否发生有密切关系,因而与系统的稳定性也有密切的关系。在极限情况下,即  $a$  趋于零或趋于负无穷时,有下列情况发生:

(1)  $a=0$ , 即  $F=0$ : 这意味着动态磨削力为 0。这时当然没有能量提供给磨削系统, 颤振不会发生, 系统是稳定的。

(2)  $a=-\infty$ , 即  $L=0$ : 这意味着砂轮和工件表面没有波纹产生, 因而就没有再生作用产生。由再生效应理论, 此时也没有能量提供给磨削系统, 颤振不会发生, 系统是稳定的。只有当  $a$  为某些特定的数值时, 才会有足够能量提供给磨削系统激发颤振使之增大, 系统称为不稳定。

### 2.3.3 磨削的条件稳定性

将式(2-43)改写为

$$\alpha a^4 - (2m/c_0^2 - \beta)a^2 + 2k = 0 \quad (2-50)$$

式中,  $c_0$  为系统实测阻尼。

由式(2-50)解出  $a$  得

$$a_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \left[ (2m/c_0^2 - \beta) \pm \sqrt{(2m/c_0^2 - \beta)^2 - 8\alpha K} \right] \quad (2-51)$$

对于给定的  $c_0, \alpha$  得两个值  $a_1, a_2$  使系统处于临界稳定状态, 即保持系统在稳定域边界上。如前面所指出, 当  $a \rightarrow 0$  或  $a \rightarrow -\infty$  时, 没有能量从磨削过程提供给机床, 因此, 对这两种情况即使阻尼很小系统也是稳定的。但是当  $a$  从  $-\infty$  开始增大或从 0 开始减小时, 就有能量提供给机床。如果某一阻尼值不能消耗这个能量, 颤振就会产生。由机床提供的阻尼  $c_0$  是一固定的值, 根据式(2-51),  $a$  的两个值  $a_1, a_2$  正好保持机床在稳定性边界上。

如果  $a > a_1$  或  $a < a_2$ , 切削过程提供的能量小于开始颤振所需能量, 系统是稳定的。但如果  $a_1 > a > a_2$ , 情况就相反, 颤振就产生了。当  $c_0 = c_m$  时,  $a_1 = a_2$ , 系统始终是稳定的, 故稳定条件判据为

$$\begin{cases} a > a_1 \text{ 或 } a < a_2 \text{ 时, 系统稳定(无颤振)} \\ a_1 > a > a_2 \text{ 时, 系统不稳定(有颤振)} \end{cases} \quad (2-52)$$

上述结果可用图 2-6 表示。

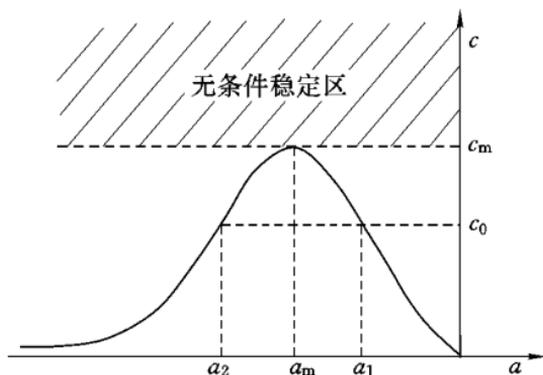


图 2-6 磨削稳定性判别图

若定义无量纲稳定性系数  $z = aK/2$ , 则方程式(2-39)变成

$$c\omega / [(-m\omega^2 + k)^2 + (c\omega)^2] = -L/F = -1/a = -K/2z \quad (2-53)$$

由方程式(2-53)和式(2-41)可以解出

$$\omega = \sqrt{k/m} \sqrt{1 + (2/kK) [z^2 / (z^2 + 1)]} \quad (2-54)$$

$$z_{1,2} = \frac{-1}{\sqrt{2 + kK}} \times$$

$$\sqrt{\frac{2m}{Kc^2} - kK - 1 \pm \sqrt{\left(\frac{2m}{Kc^2} - kK - 1\right)^2 - kK(2 + kK)}} \quad (2-55)$$

如果上式中内根号为零, 则  $z_1 = z_2$ , 导致无条件的(或速度独立的)稳定性结果。若  $z$  值在  $z_1$  和  $z_2$  之间, 则系统是不稳定的。

### 2.3.4 稳定性规律的时、频一致性

考虑接触区的接触刚度, 假设是一个线性弹簧接触, 则接触区的动态变形可以写成

$$x_c = K_c F_d \quad (2-56)$$

式中,  $K_c$  为接触柔度。所以, 磨削的接触关系为

$$x_1 = x_2 + x_3 + x_5 - K_c F_d \quad (2-57)$$

而  $K_c$  必须从方程式(2-41)右端减去,变为

$$(-m\omega^2 + k)/[(-m\omega^2 + k)^2 + (c\omega)^2] = -K/2 - K_c \quad (2-58)$$

方程式(2-58)的右端可以写成:  $-K/2 - K_c = -KH/2$  (2-59)

其中  $H = 1 + 2K_c/K$  (2-60)

$H$  是无量纲赫芝接触参数,那么如果接触变形是零,表示无限刚性接触,  $H=1$ 。

通过这些修正,方程式(2-41)和式(2-53)可以写成

$$u/(u^2 + v^2) = -KH/2; u = -m\omega^2 + k \quad (2-61)$$

$$v/(u^2 + v^2) = -K/2z; v = c\omega \quad (2-62)$$

通过方程式(2-61)、式(2-62)可以解出  $\omega$  和  $z$

$$\omega = \sqrt{k/m} \sqrt{1 + (2/kK) [Hz^2/(H^2z^2 + 1)]} \quad (2-63)$$

$$z_{1,2} = - [2H^3 + kKH^4]^{-1/2} \times$$

$$\left[ \left( \frac{2m}{Kc^2} - kKH^2 - H \right) \pm \sqrt{\left( \frac{2m}{Kc^2} - kKH^2 - H \right)^2 - kK(2H^3 kKH^4)} \right]^{1/2} \quad (2-64)$$

$z$  的值在  $z_1$  和  $z_2$  之间是不稳定的。

下面对稳定性时域分析所得结果与频域法进行比较。

前面基础模型(频域法)已经给出了绝对稳定性条件

$$\text{Re}_m/k_m = (1/2k_w + 1/2k_s + 1/k_c)$$

按照上面所给名词术语,方程右边是  $KH/2$ ,左边  $\text{Re}_m/k_m$  是机床结构传递函数  $G_m(s)/k_m$  的最小负实部,设机床传递函数可表示为

$$G_m(s)/k_m = (ms^2 + cs + k)^{-1}$$

由此可计算出  $\text{Re}_m/k_m = [2c \sqrt{k/m} + c^2/m]^{-1}$ ,所以频域法稳定性条件演变为

$$KH/2 = [2c \sqrt{k/m} + c^2/m]^{-1} \quad (2-65)$$

按照方程式(2-55),绝对稳定性出现在当方程式(2-64)中  $z_1 = z_2$  时,这一条件等价于方程式(2-64)中根式为0。可以方便地证明:如果令方程式(2-64)中根式内为0,即得到方程式(2-65)。所以由频域分析和时域分析而导出的稳定性规律是相同的。

以上分析表明:两种方法从不同侧面反映了磨削系统的稳定性情况,各有特点。由频域法所获得稳定性判据一般反映了系统的无条件稳定性;而时域法可以得到系统的条件稳定性判据,即系统的稳定域直接与砂轮和工件的速度有关。

## 2.4 再生型磨削颤振

在第一章中,按颤振形成机理将切削颤振分为再生型、振型耦合型和摩擦型三种颤振形式。对于磨削加工,主要体现为再生型颤振,这在以上频域法及时域法建模与分析中均得到体现。磨削中的再生效应是指砂轮或(和)工件表面上一转留下的振纹对瞬时磨削力的影响,进而形成磨削颤振。下面对再生型磨削颤振机理进一步加以研究。

### 2.4.1 砂轮表面再生型磨削颤振

R. Hahn 早在 1959 就声明了他通过实验在砂轮表面上所观察到的再生效应:如果使用软砂轮,则会在外圆上出现多角形磨耗;如果使用硬砂轮,则会在外圆上生成大体上等间隔的堵塞条纹。这种现象的发展则会导致颤振,此即“砂轮表面再生效应”。

砂轮表面再生效应是由于相当复杂的混合机理引起的振动。砂轮的动态不平衡、砂轮的磨耗与修整条件、磨削条件以及机床结构的动态特性均会给这种振动的发生与振幅的加大施以综合的影响。在外圆磨削中,这种振动会在工件表面造成密集的直线条纹。这种条纹往往成为塞规、工具心轴等配合面以及冷压轧辊等精密加工不合格的原因。随着磨削时间的增长,在砂轮表面上逐渐形

成间隔大致相等的均匀磨耗,与此相伴的是振幅增大,已加工表面恶化,而且会发生颤振噪声。在磨削工序中此问题有时会成为严重的问题。

对于砂轮表面,假设修整时未发生振动,因此开始使用的砂轮表面无起伏,此时砂轮表面再生效应的复映系数  $\epsilon_g$  为零。如果某一特定频率的振动持续发生,砂轮表面的某些特定区域由于和工件表面反复地强力接触,那些区域的磨粒将发生磨耗(wear)、破碎(fracture)、堵塞(loading)或脱落(releasing),局部的损伤逐渐发展,因此,在砂轮表面逐渐形成大体上等间隔的磨耗带,复映系数  $\epsilon_g$  增大。损伤部分与无损伤部分相邻接,并交替出现,遍及整个砂轮外圆表面,从而形成砂轮表面的再生效应。砂轮表面再生效应的复映系数  $\epsilon_g$  对于刚刚重新修整的砂轮来说为零,如果在一定频率上的振动持续下去,则砂轮表面形状的周期不均匀性将会发展起来,从而开始具有一定的值,于是同一频率的磨削力增大,振动得以持续与扩大。

在磨削过程基础模型中,只考虑砂轮表面的再生效应,就可以得到砂轮再生型颤振磨削系统的数学模型。由式(2-17)可以得到该系统的特征方程

$$-\frac{1}{k_g(1-e^{-T_g s})} = \frac{G_m(s)}{k_m} + \frac{1}{k_c} \quad (2-66)$$

拉普拉斯算子  $s = \sigma + j\omega$ , 这里定义砂轮再生颤振增长率为  $\rho = T_g \cdot \sigma / 2\pi$ , 代入上式并整理得

$$-\frac{1}{1-e^{-2\pi\rho e^{-j\omega T_g}}} = \frac{k_g G_m(s)}{k_m} + \frac{k_g}{k_c} = p(x+jy) + q \quad (2-67)$$

式中,  $p = \frac{k_g}{k_m}$ ;  $q = \frac{k_g}{k_c}$ ;  $G_m(s) = x + jy$ 。将式(2-67)分解成实虚部形式,并令等式两边实虚部分别相等,进而解联立方程可得

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \ln \frac{1}{p^2} \left[ 1 + \frac{1 + 2(px + q)}{p^2 y^2 + (px + q)^2} \right] \quad (2-68)$$

上式即为砂轮再生颤振增长率  $\rho$  的求解公式,下面分析  $\rho$  的物理意义。

在假定磨削系统为单自由度振动系统的情况下,由振动理论可知,磨削振动的幅值仅与振动方程的拉氏算子的实部有关,即有

$$A(t) = A_0 e^{\sigma t} \quad (2-69)$$

其中,  $A(t)$  为  $t$  时刻的振幅;  $A_0$  为初始( $t=0$ )时刻的振幅。

由方程式(2-69)可以写出第  $n$  转( $t_n$  时刻)及第  $n+1$  转( $t_{n+1}$  时刻)磨削的振幅为  $A_n = A_0 e^{\sigma t_n}$  和  $A_{n+1} = A_0 e^{\sigma t_{n+1}}$ ,相邻两转磨削振幅相除并注意到  $t_{n+1} - t_n = T_g$ ,可得  $A_{n+1}/A_n = e^{\sigma(t_{n+1} - t_n)} = e^{\sigma T_g} = e^{2\pi\rho}$ ,故

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \ln(A_{n+1} - A_n) \quad (2-70)$$

由式(2-70)可知,颤振增长率的物理意义就是单位弧长上砂轮相邻两转振幅的对数变化率。

当  $\rho < 0$  时,振幅衰减,系统稳定;

当  $\rho = 0$  时,系统为稳幅振动,系统处于临界状态;

当  $\rho > 0$  时,振幅逐渐增大,系统处于不稳定状态。

所以颤振增长率  $\rho$  是描述磨削过程从稳态到失稳全过程的重要评价参数。 $\rho$  ( $\rho > 0$ ) 越小,表明振幅增长越缓慢,砂轮修整时间间隔就可延长;反之  $\rho$  越大,振幅增长急剧,将缩短砂轮修整时间间隔。

#### 2.4.2 工件表面再生型磨削颤振

磨削前工件表面的波纹以及磨削中振动的幅值不同程度残留在工件表面上,而且在表面上前一转所复映的起伏波纹,在下一转磨削中其幅值将不同程度地被改变(用复映系数  $\epsilon_w$  体现)。工件表面残留的起伏量所造成的变动效应称为工件再生效应。通常砂轮的半径很大,由几何学的包络线所描述的工件再生的复映系数  $\epsilon_w$  是很小的,这种效果称为砂轮表面的几何滤波<sup>[7]</sup>。当工件的速

度低于某一临界速度时,工件表面生成的起伏值将小于砂轮和工件间的相对振动的两倍。此临界速度  $v_c$  由下式给出

$$v_c = \sqrt{\frac{R_w R_g}{R_w + R_g}} y 2\pi f \quad (2-71)$$

其中,  $R_w$ 、 $R_g$  为工件与砂轮半径;  $y$  为振动幅值;  $f$  为振动频率。

在外圆切入磨削的情况下,工件再生效应的复映系数  $\epsilon_w$  在一般切削条件下比较小,因此很少发生由于这一效应而产生工件再生型振动的情况。另一方面,工件再生颤振一般出现在磨削开始阶段,而砂轮再生颤振通常出现在经过较长磨削时间以后。因此,在实际磨削过程中,可以很容易地区别前者和后者。后者可以通过合理地选取和修整砂轮加以抑制,而切入磨削中的工件再生颤振的分析,在实际过程中则比较麻烦。下面将从磨削力的动态构成入手对此进行理论研究。

切入磨削中的磨削力及其特性对工件表面再生型磨削颤振具有重要影响。这里将“动态磨削力”定义为“振动中与砂轮、工件之间瞬时切入速度成正比的磨削力”。

这里基于单位磨削能(磨削比能)为常数的假设,推导动态磨削力。为简单起见我们考虑一个平面磨削模型,如图 2-7 所示。磨削深度在时间  $dt$  内以相同的速度由  $u_0$  变到  $u_0 + du$ 。在  $dt$  内磨削断面面积总量  $S$  由下式给出

$$S = \left(u_0 + \frac{1}{2} du\right) v_w dt + \sqrt{2R_g u_0} du \quad (2-72)$$

式中,  $v_w$  为工件速度;  $R_g$  为砂轮半径。

假设工件材料的磨削比能  $\gamma$  为常数,  $dt$  时间内去除体积为  $B_w S$  所需的能量  $E_1$  为

$$E_1 = \gamma B_w \left\{ \left(u_0 + \frac{1}{2} du\right) v_w dt + \sqrt{2R_g u_0} du \right\} \quad (2-73)$$

式中,  $B_w$  为磨削宽度。

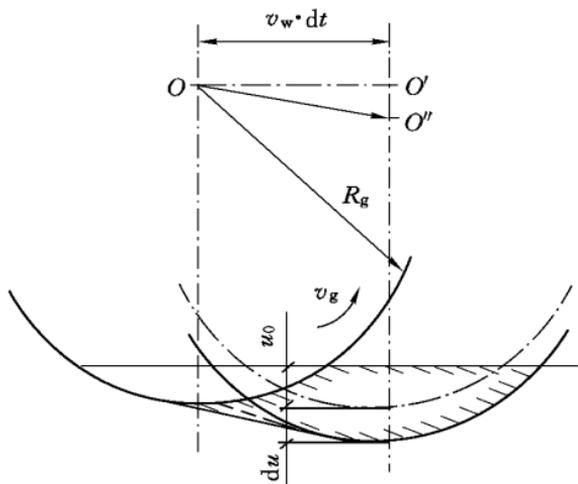


图 2-7 动态磨削示意图

砂轮磨削耗能  $E_2$  可以写成下面形式

$$E_2 = F_t(v_g + v_w)dt \quad (2-74)$$

这里,  $F_t$  为切向磨削力,  $v_g$  为砂轮圆周速度。如果砂轮耗能全部用于去除工件材料, 则能量  $E_1$  等于  $E_2$ , 而导出切向力  $F_t$  如下

$$F_t = \gamma B_w \left\{ \left( u_0 + \frac{1}{2} du \right) \frac{K_v}{1 + K_v} + \frac{\sqrt{2R_g u_0}}{v_g (1 + K_v)} \frac{du}{dt} \right\} \quad (2-75)$$

这里  $K_v$  是速度比 ( $v_w/v_g$ )。

方程式(2-75)中的  $\left( u_0 + \frac{1}{2} du \right)$  项是平均瞬时磨削深度。所以瞬时磨削力由两种磨削力之和来定义, 一种与瞬时深度成正比, 另一种与切入速度成正比。前者称静态磨削力, 后者称动态磨削力。

在以上论述中仅考虑切向力, 总的磨削力同样可以写成与方程式(2-75)相同的形式。因此, 磨削力可以用静态磨削刚度  $k_s$  和动态磨削刚度  $k_d$  来表达。前者为与瞬时磨削深度成正比的静电力系数; 后者为与瞬时切入速度成正比的动态磨削力系数。它们

表达为：

$$k_s = \psi B_w \frac{K_v}{1 + K_v} \quad (2-76)$$

$$k_d = \psi B_w \frac{\sqrt{2R_g u_0}}{v_g (1 + K_v)} = k_s \frac{\sqrt{2R_g u_0}}{v_w} \quad (2-77)$$

这里  $\psi$  为材料常数。它与磨削比能具有相同的量纲形式，为简单起见，称之为磨削比能。

方程式(2-76)、式(2-77)是以平面磨削导出的，对于外圆切入磨削则有

$$k_d = k_s \frac{1}{v_w} \sqrt{\frac{U_0}{\frac{1}{d_g} + \frac{\mu}{d_w}}} \quad (2-78)$$

其中， $d_g$ 、 $d_w$  分别为砂轮和工件的直径。

在此假定，外圆切入磨削振动模式是在与磨削速度正交（垂直）的方向上。图 2-7 表示砂轮以常值速度切入工件表面时的动态磨削模型。在这种情况下，瞬时磨削力由两部分组成，即静态磨削力和动态磨削力。其中若考虑砂轮没有振动切入工件，瞬时磨削力仅由一部分组成，即静态磨削力（方程式(2-75)右边第一项），它与瞬时磨削深度成正比。瞬时磨削深度为工件表面的波动量、砂轮与工件之间的相对位移量、名义磨削深度之和，即说明静态磨削力将受到工件表面再生效应的影响。而第二项则不依赖于工件表面的波动，只取决于砂轮工件之间的相对切入速度。因此可以认为：动态磨削力不受工件再生作用的影响。

## 2.5 扭转振动对磨削颤振的影响

### 2.5.1 问题的提出

在磨削颤振机理以及建模分析方面，前人的研究工作通常忽略了一种潜在重要的影响，即工件和（或）砂轮的扭转振动的存在。

当颤振出现时,存在一个变动的力,使得在工件或(和)砂轮上产生一个变动的力矩。而磨削中的磨削力矩既随工件速度变化又随砂轮速度变化。

在无振动条件下,如果忽略滑擦和犁耕,磨削力由下式给出<sup>[73]</sup>

$$P_t = \frac{u_{ch} v_w \delta b}{v_g} \quad P_n = k_1 P_t \quad (2-79)$$

其中,  $P_t$  是切向力分量;  $P_n$  是法向力分量;  $v_w$  是工件的表面速度;  $v_g$  是砂轮的表面速度;  $\delta$  是工件待磨除材料的深度;  $b$  是砂轮的切削宽度,  $u_{ch}$  称磨屑形成比能。显然磨削力将随速度而变化,这意味着扭转振动会引起磨削力的改变。

如果考虑磨削力随时间的变化,并取  $u_{ch}$  和  $b$  为常量,则对  $P_t$  求导可得

$$\frac{dP_t}{dt} = u_{ch} b \left( \frac{v_w}{v_g} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\delta}{v_g} \frac{dv_w}{dt} - \frac{\delta v_w}{v_g^2} \frac{dv_g}{dt} \right) \quad (2-80)$$

若不考虑扭转因素,表面速度可以看做常量,则方程变为以下形式

$$\frac{dP_t}{dt} = \frac{u_{ch} b v_w}{v_g} \frac{d\delta}{dt} = \lambda \frac{d\delta}{dt} \quad (2-81)$$

此时磨削力的变动与磨削深度的变化成正比。

然而方程式(2-80)表明,存在其他可能变化项,特别是其中之一为负,它可能对稳定性不利。由文献[79,85]进一步可知,在许多转动系统中,扭转振动中存在的阻尼相对较小。因此,磨削中就存在扭转振动引起磨削力变化的可能性。在小阻尼条件下,这可能引起扭转振动的幅值导致速度较大的波动。考察方程式(2-79),显然,该方程不能适用于所有振动条件。可以设想砂轮具有一定频率和幅值进行扭转振动,  $v_g$  的值将产生变化,甚至可能出现负值,这将意味着存在  $v_g$  值为零的时刻,如果使用方程式(2-

79), 则包含无穷大的磨削力, 这将严重影响磨削过程的稳定性。

### 2.5.2 时域建模与分析

建立模型考虑三种单自由度振动模式: 工件与砂轮间的相对直线位移引起的横向振动; 工件及装夹系统扭转振动; 砂轮和主轴系统扭转振动。假设两种扭转响应和横向响应除通过磨削过程外不发生耦合, 并假定砂轮与工件之间的接触为线接触, 磨削力取决于接触线上的工件切屑厚度。

为获得工件与砂轮当前形貌的信息, 分别在工件和砂轮上作等距径向线(因为工件和砂轮有不同的旋转速度, 这种径向线的数目在工件和砂轮上是不同的)。图 2-8 所示为工件和砂轮上两个邻接的径向线。以与中心相连方向上的这些线确定将要磨削的点。两线之间的时间间隔对工件和砂轮是相同的, 将其定义为  $dt$ 。

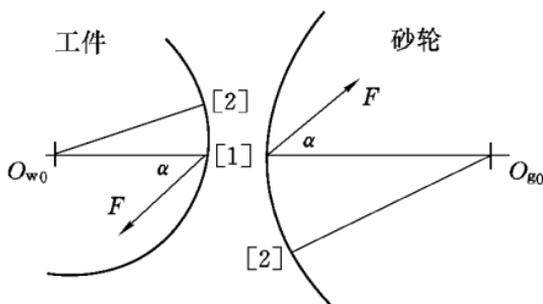


图 2-8 工件和砂轮上径向线的定义

磨削过程中, 对于每一径向线, 相应地有一去除参数。对工件设为  $R_{w1}[p]$ ; 对砂轮设为  $R_{g1}[p]$ 。参数  $p$  确定哪一径向线处于磨削状态 ( $p=1, 2, 3, \dots$ )。

应用方程式(2-79), 磨削力值由下式给出

$$F = \frac{u_{ch} v_w \delta b}{v_g} = \lambda \delta b$$

对于工件,可以写成 
$$F = \lambda_w b \delta_w \quad (2-82)$$

其中,  $\lambda_w$  为常数,通常称为切削力系数;  $\delta_w$  为工件上的瞬时切深;  $b$  为砂轮的切削宽度。

类似地,砂轮上大小相等、方向相反的力为

$$F = \lambda_g b \delta_g \quad (2-83)$$

从式(2-82)、式(2-83)中消去  $F$ , 得

$$\delta_g = \delta_w \lambda_w / \lambda_g \quad (2-84)$$

为使从工件和砂轮上去除材料定量化,引入磨削比<sup>[84]</sup>

$$G_r = \frac{\text{由工件上去除的体积}}{\text{由砂轮上去除的体积}} = \frac{\delta_w \times n_w \times 2\pi R_{w0}}{\delta_g \times n_g \times 2\pi R_{g0}}$$

式中,  $n_w$  和  $n_g$  为转速;  $R_{w0}$  为工件初始半径;  $R_{g0}$  为砂轮初始半径。

将上式代入式(2-84),并整理得

$$\lambda_g = \lambda_w G_r R_{g0} n_g / (R_{w0} n_w)$$

对于横向振动,切入量为  $x_0$  ( $x_0 = x_0 + f dt$ ),作为机床动态特性的输入。如果考虑以单自由度系统来表示,则砂轮相对工件的实际运动可表示为

$$m\ddot{x} = c(\dot{x} - f) + k(x - x_0) = -F \cos \alpha \quad (2-85)$$

式中,  $m$ 、 $c$ 、 $k$  分别为模态的质量、阻尼和刚度;  $f$  为切入速度;  $\alpha$  为合成力与中心连线间的夹角,横向模态振动方向为沿连接砂轮、工件两中心的直线方向。

考虑磨削过程某时刻各变量之间的连接关系,则有

$$R_{w0} - R_{w11} - \delta_w + R_{g0} - R_{g11} - \delta_g + x = R_{w0} + R_{g0}$$

这里引入了两个新的变量  $R_{w11}$  和  $R_{g11}$ ,它们分别为一圈以前在两个径向线上半径去除值。

将上面的关系式代入方程式(2-84),整理得

$$\delta_w = (x - R_{w11} - R_{g11}) / (1 + \lambda_w / \lambda_g)$$

然后由方程式(2-84)求出  $\delta_g$ ,进而根据式(2-82)或式(2-83)求出  $F$  值,并用方程式(2-85)对下一个时间增量  $dt$  算出  $x$  和  $v$  的值

(四阶 Runge-Kutta 法)。

如果考虑工件及驱动装置的扭转,则效果为存在一个由力  $F$  而产生的扭矩,其大小为

$$T_w = FR_{w0} \sin \alpha$$

该扭矩将引起工件转速(工件表面速度)的改变,进而影响力  $F$ 。考虑这一变化,对其修正如下

$$F = \frac{F}{n_w} \left( n_w + \dot{\theta}_w \frac{60}{2\pi} \right)$$

其中,  $\dot{\theta}_w$  为由扭矩引起的角速度的变化, rad/s。

扭转模态考虑为单自由度系统,所以

$$I_w \ddot{\theta}_w + c_w \dot{\theta}_w + k_w \theta = -T_w \quad (2-86)$$

方程式(2-86)用于确定下一个时间增量  $dt$  内  $\theta_w$  和  $\dot{\theta}_w$  的值(四阶 Runge-Kutta 法),且  $T_w$  的值在同一时间间隔  $dt$  内取为常数。

如果考虑砂轮及驱动装置的扭转,则效果为存在一个由力  $F$  而产生的扭矩,其大小为

$$T_g = FR_{g0} \sin \alpha$$

该扭矩将引起砂轮转速(砂轮表面速度)的改变,进而影响力  $F$ 。考虑这一变化,再次修正该力(仍包含工件速度的影响)

$$F = F \frac{n_g}{\left( n_g + \dot{\theta}_g \frac{60}{2\pi} \right) n_w} \left( n_w + \dot{\theta}_w \frac{60}{2\pi} \right)$$

其中,  $\dot{\theta}_g$  为由扭矩引起的角速度的变化。

扭转模态考虑为单自由度系统,所以

$$I_g \ddot{\theta}_g + c_g \dot{\theta}_g + k_g \theta_g = -T_g \quad (2-87)$$

方程式(2-87)用于确定下一时间增量  $dt$  内  $\theta_g$  和  $\dot{\theta}_g$  的值(四阶 Runge-Kutta 法),且  $T_g$  的值在同一时间间隔  $dt$  内视为常数。

以上述所建立的时域模型为基础,可以通过给定有关参数进行仿真,以观察工件与砂轮的表面磨削形貌的动态变化以及考虑扭转效应后对它的影响。

## 2.6 本章小结

本章在分析磨削过程颤振特点的基础上,就典型的外圆切入式磨削,对其动态磨削过程进行建模与理论分析,并进一步深入研究了磨削过程稳定性及磨削颤振机理。

(1) 通过建立磨削过程基础模型(频域模型),研究磨削过程系统的传递函数及其特征方程,对磨削过程系统稳定性进行了深入分析,指出:①系统的特征方程的根确定系统的状态。可以采用其根的实部  $\sigma$  作为磨削颤振的增长系数来表征系统的状态。②磨削过程稳定性主要受  $k_c$ 、 $k_g$ 、 $k_w$  的影响,砂轮与工件的接触刚度  $k_c$  对系统稳定性的影响最大。颤振增长系数  $\sigma$  是接触刚度  $k_c$  的增函数;减小  $k_c$  则  $\sigma$  降低,系统的稳定性增加。

(2) 通过建立外圆切入磨削时域模型,得到以砂轮的磨耗柔度和工件的磨削柔度以及砂轮和工件表面的波瓣高度表征的磨削系统的稳态响应。在此基础上,讨论了磨削的无条件稳定性和条件稳定性。定义参数  $a = F/L$  为稳定性指数,给出稳定性判据:当  $a$  趋于零或负无穷时,维持系统稳定所需的阻尼也趋于零。在这两个数值之间必有一个  $a$  值使  $c$  达到最大,此时的阻尼值称为维持无条件稳定的最小阻尼值  $c_m$ 。如果系统实际阻尼  $c_0 > c_m$  则系统始终是稳定的;如果  $c_0 < c_m$ ,则系统处于条件稳定状态,即在特定的砂轮和工件速度下颤振就会发生。与阻尼  $c_0$  所对应的保持系统在稳定性边界上的两个  $a$  值为  $a_1$ 、 $a_2$ ,相应的稳定性判据为

$$\begin{cases} a > a_1 \text{ 或 } a < a_2 \text{ 时,系统稳定(无颤振)} \\ a_1 > a > a_2 \text{ 时,系统不稳定(有颤振)} \end{cases}$$

(3) 通过定义无量纲稳定性系数,推导出相应的稳定性判据。

在此基础上证明了稳定性规律的时、频一致性:稳定性分析的时域法和频域法从不同侧面反映了磨削系统的稳定性情况。由频域法所获得稳定性判据一般反映了系统的无条件稳定性;而时域法可以得到系统的条件稳定性判据,即系统的稳定域直接与砂轮和工件的速度有关。

(4) 对再生型磨削颤振(砂轮表面再生型和工件表面再生型)进行了深入的研究。

在磨削过程基础模型中,只考虑砂轮表面的再生效应,得到砂轮再生型颤振磨削系统的数学模型。研究其特征方程,定义砂轮再生颤振增长率为  $\rho = T_g \frac{\sigma}{2\pi}$ , 并推导出  $\rho$  的求解公式。颤振增长率的物理意义就是单位弧长上砂轮相邻两转振幅的对数变化率。当  $\rho < 0$  时,表明振幅衰减、系统稳定;当  $\rho = 0$  时,表明系统为稳幅振动、系统处于临界状态;当  $\rho > 0$  时,表明振幅逐渐增大,系统处于不稳定状态。

切入磨削中的磨削力及其特性对工件表面再生型磨削颤振具有重要影响。基于磨削比能为常数的假设,推导出磨削力的表达式由两部分组成,即静态和动态磨削力。静态磨削力与瞬时磨削深度(工件表面的波动量、砂轮与工件之间的相对位移量、名义磨削深度之和)成正比,说明静态磨削力将受到工件表面再生效应的影响。动态磨削力,只取决于砂轮工件之间的相对切入速度,不依赖于工件表面的波动。因此动态磨削力不受工件表面再生作用的影响。

(5) 考虑磨削力将随工件和砂轮速度而变化,则工件或(和)砂轮的扭转振动将会引起磨削力的改变,进而对磨削颤振产生影响。基于此,建立了用于仿真的、包含有三种振动模式(工件与砂轮间的相对直线位移引起的横向振动;工件及装夹系统扭转振动;砂轮及主轴系统扭转振动)的时域动态模型。

### 3 磨削振动与磨削表面波纹度实验研究

上一章对磨削过程动态模型与磨削颤振机理进行了系统研究。本章首先对强迫振动与磨削表面波纹进行理论分析,然后在实验的基础上,一方面对上一章的一些结果进行验证,另一方面进一步研究磨削颤振的频域特征以及由于工件与砂轮之间相对振动而造成的工件表面形貌误差——磨削表面波纹度。

#### 3.1 强迫振动与磨削表面波纹理论分析

在磨削过程中,砂轮不平衡将引起强迫振动,对磨削效率、磨削质量等都有较大影响。这里主要讨论砂轮不平衡量对磨削表面波纹度影响。

在不计主轴摆动情况下,外圆磨床工艺系统的动力学模型可简化为如图 3-1 所示。图中, $k_1$  为砂轮主轴及支撑系统的等效刚度; $k_2$  为工件及支撑系统的等效刚度; $c_1$ 、 $c_2$  为上述系统的等效阻尼; $m_1$ 、 $m_2$  分别为砂轮和工件质量; $k_g$  为磨削刚度; $k_c$  为接触刚度; $x_1$  为砂轮中心的绝对位移; $x_2$  为工件轴线的绝对位移; $x_1'$  为砂轮表面的绝对位移; $F$  为砂轮不平衡量引起的强迫振动力。

其运动微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + (k + k_1)x_1 + kx_2 = F \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + (k + k_2)x_2 + kx_1 = 0 \end{cases} \quad (3-1)$$

式中, $k = k_c \cdot k_g / (k_c + k_g)$ ;  $F = U\omega_1^2 \cos \omega t$ ;  $U$  为砂轮不平衡量; $\omega_1$  为砂轮旋转角速度。

砂轮表面和工件表面之间的振动关系为

$$\Delta x(t) = x_1'(t) - x_2(t) = \Delta X \cos \omega t \quad (3-2)$$

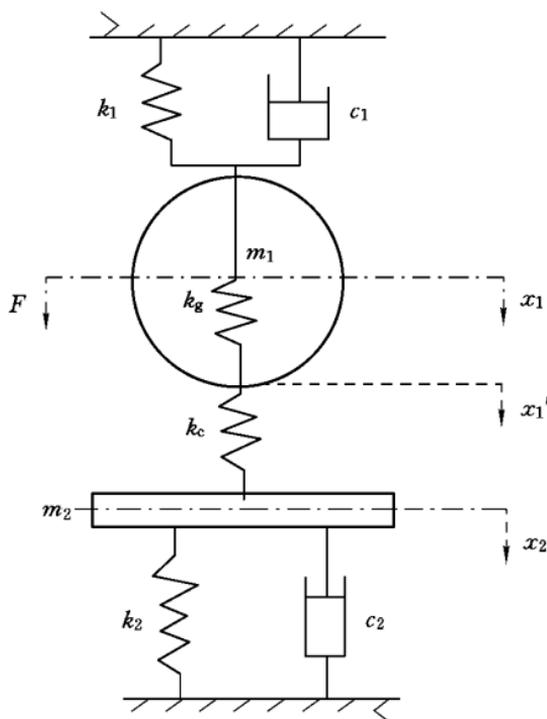


图 3-1 工艺系统的动力学模型

不计阻尼项的影响,可由方程式(3-1)解得

$$\Delta X = \frac{U\omega^2(k_2 - m_2\omega^2)}{m_1 m_2 (\omega_{a1}^2 - \omega_1^2)(\omega_{a2}^2 - \omega_2^2)(1 + k_g/k_c)} \quad (3-3)$$

式中,  $\omega_2$  为工件旋转角速度,  $\omega_{a1}$ 、 $\omega_{a2}$  分别为砂轮系统及工件系统的固有频率。将(3-3)代入(3-2)得

$$\Delta x(t) = \frac{U\omega^2(k_2 - m_2\omega^2)\cos\omega t}{m_1 m_2 (\omega_{a1}^2 - \omega_1^2)(\omega_{a2}^2 - \omega_2^2)(1 + k_g/k_c)} \quad (3-4)$$

式中,  $\omega_{a1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ \frac{k_1 + k}{m_1} + \frac{k_2 + k}{m_2} - \left[ \left( \frac{k + k_2}{m_2} - \frac{k + k_1}{m_1} \right)^2 + \frac{4k_2^2}{m_1 m_2} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}$

$\omega_{a2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ \frac{k_1 + k}{m_1} + \frac{k_2 + k}{m_2} + \left[ \left( \frac{k + k_2}{m_2} - \frac{k + k_1}{m_1} \right)^2 + \frac{4k_2^2}{m_1 m_2} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}$

由于砂轮与工件表面之间发生了相对位移  $\Delta x(t)$ , 因此, 磨削

深度也发生变化,其大小为

$$a_p(t) = a_p + \Delta x(t) \quad (3-5)$$

式中,  $a_p$  为给定磨削深度。

由方程式(3-4)可知,砂轮表面和工件表面的相对振动为简谐振动,其周期  $T=2\pi/\omega$ 。这一振动必然在加工表面上留下波纹。

加工后,工件表面由于砂轮不平衡量引起的波纹个数  $Z$  为

$$Z = n_1/n_2 \quad (3-6)$$

式中,  $n_1$  为砂轮转速;  $n_2$  为工件转速。

### 3.2 实验条件与实验系统

实验主要是为了研究在切入式磨削过程中,颤振的产生和发展情况。磨削颤振实验条件如下:

磨床: M1432 型万能外圆磨床,砂轮采用 P400 × 50 × 127WA60L5V35;

工件: 材料为 45 钢,经淬火处理硬度 HRC45~50,宽度为 35 mm,直径为 100 mm,装夹在轴向位置可调的芯棒上,支撑在磨床前后两顶尖之间;

工艺参数: 砂轮转速为 1 450 r/min,工件转速为 55 r/min,进给速度为 15  $\mu\text{m/s}$ ,

砂轮修整参数: 单颗粒金刚石修整器,修整深度为 0.02 mm,导程为 2.5 mm/s;

磨削方式: 采用切入式磨削方式,水基冷却液,试验不进行光磨,进给量达到一定值(即磨削到达一定时间),砂轮便快速退回以保留工件表面形貌。

实验系统框图如图 3-2 所示。

实验过程中,通过人工监视示波器上的振动信号,决定起振时刻,同时开始记录信号和记时。对所记录的信号用动态信号分析仪对其作时域及频谱分析,对所得到的工件磨削表面用圆度仪

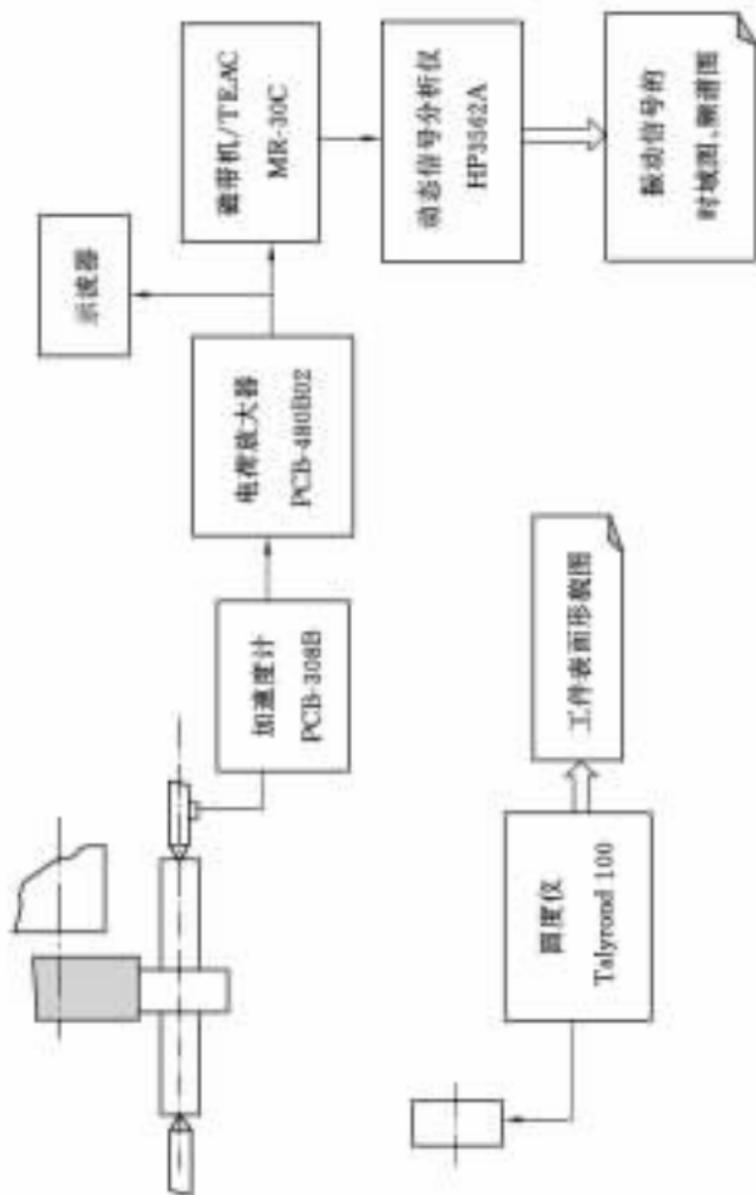


图3-2 实验系统框图

测量其形貌。

### 3.3 实验结果与分析

图 3-3、图 3-4、图 3-5、图 3-6 分别为起振前、颤振初期、颤振中期和颤振末期振动信号的时域波形与频谱图。

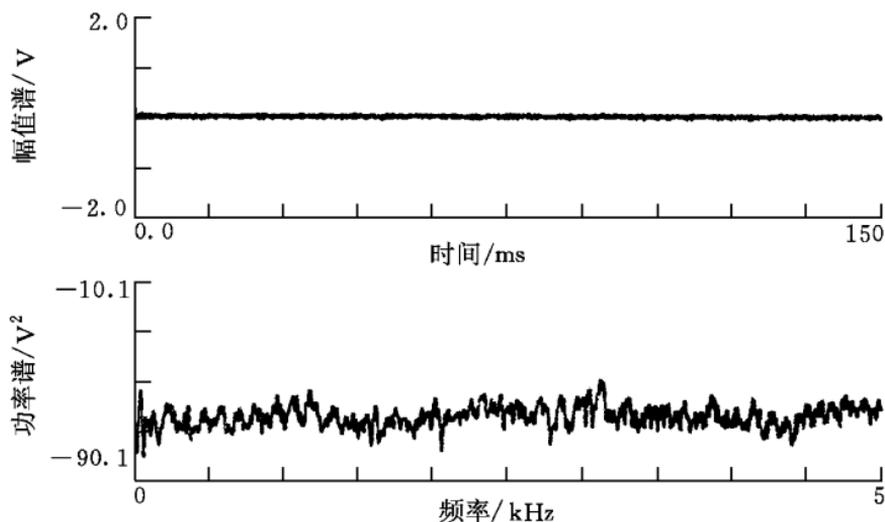


图 3-3 起振前振动信号的时域波形与频谱图

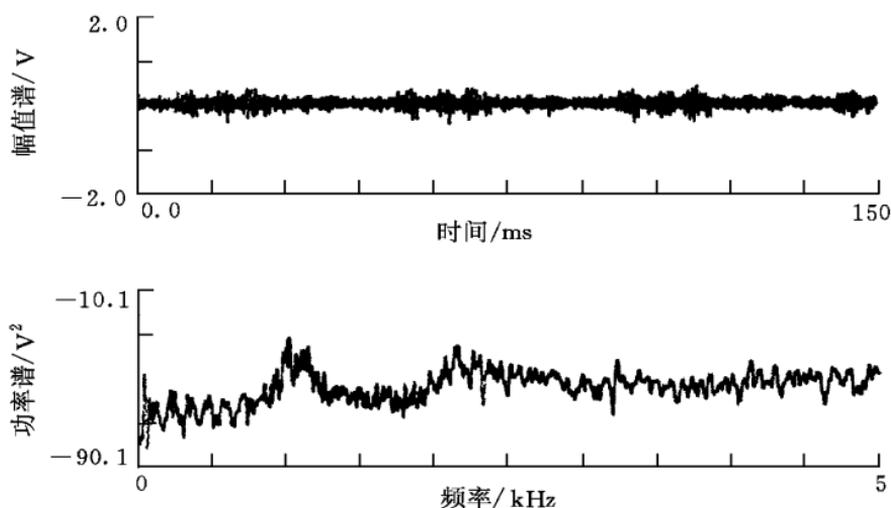


图 3-4 颤振初期振动信号的时域波形与频谱图

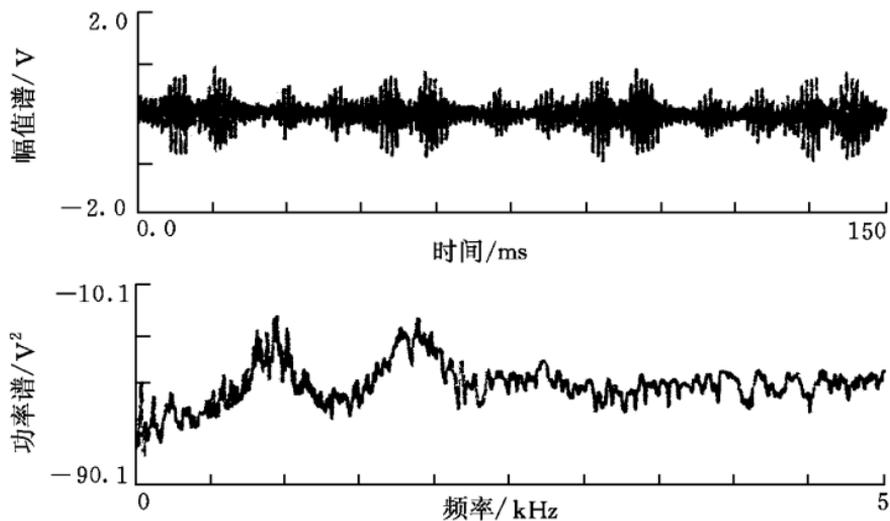


图 3-5 颤振中期振动信号的时域波形与频谱图

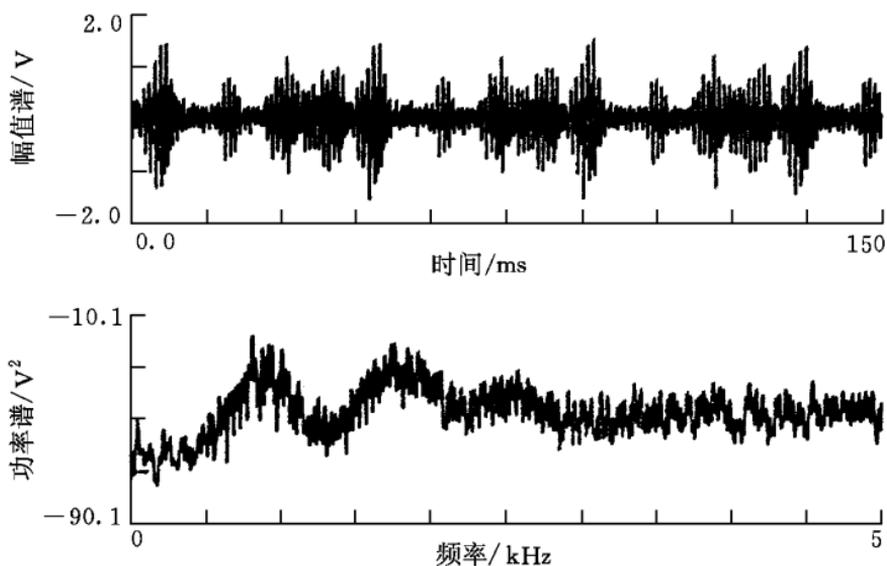


图 3-6 颤振末期振动信号的时域波形与频谱图

说明:磨削颤振受到许多因素的影响,如砂轮和工件的转速,进给速度,工艺系统的刚度,机床的动态特性,砂轮和工件的材料、硬度、表面情况,砂轮修整条件等。这些因素中,有些在磨削过程中实际上是不断变化的,所引起的作用就像一种随机干扰,故不可能保持各次磨削过程都是在完全一致的条件下进行。为了提高试验结果的可靠性,一方面要进行多次试验,以便观察其平均效应,消除随机因素的影响,另一方面要尽量保证在相同的条件下进行各次磨削试验。本实验在相同的磨削条件下进行了四次,图 3-3~图 3-6 所示为其中一次(实验 3)所得结果。

由图 3-3~图 3-6 可见:

(1) 颤振发生后,时域波形明显为幅值调制形成的拍波,拍波周期为砂轮的每转回转时间( $60/1450=41$  ms)。

(2) 频谱图出现因幅值调制造成的等间隔分布的谱线,即边带,而且间隔频率等于砂轮回转频率(砂轮回转频率为  $1450/60=24.2$  Hz)。

(3) 颤振频率不是单一的,即颤振呈现多频性,并且优势频率具有前移现象,各阶段优势频率值如表 3-1。

表 3-1 颤振优势频率及其变化

| 颤振阶段                                 | 颤振初期            | 颤振中期          | 颤振末期          |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|---------------|
| 优势频率<br>$f_1, f_2 \dots / \text{Hz}$ | 1 031, 2 163... | 956, 1 894... | 819, 1 763... |

(4) 随着磨削时间的增长,磨削颤振逐渐增强(见图 3-7)。

根据图 3-7 所示颤振发展过程,在初期阶段可以认为是以工件再生效应为主;在中期阶段可以认为是由工件再生效应向砂轮再生效应过渡;在末期阶段则可以认为砂轮再生效应为主。经过颤振末期阶段,砂轮达到其耐用度的终点,需要修整。

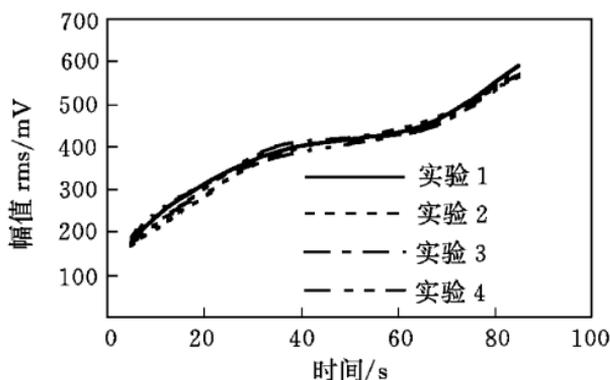


图 3-7 磨削颤振时域发展

图 3-8 为磨削振动实验所得到的工件表面形貌。

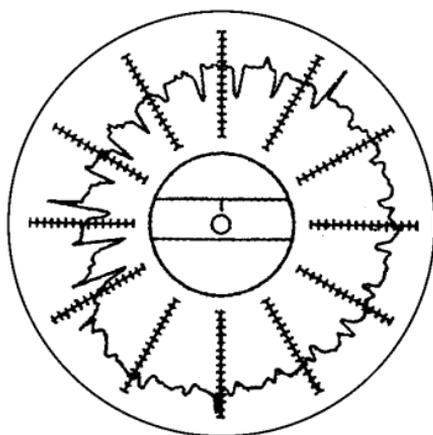


图 3-8 实验所得磨削表面形貌

从图 3-8 中可以观察到,在整个工件圆周具有明显的由砂轮旋转造成的表面形貌波动,与砂轮—工件转速比为  $1\ 450 : 55 = 26.4 : 1$  相对应,它反映了系统的强迫振动(多为砂轮的不平衡引起)所导致的低频磨削表面波纹。另一方面,图中还可以观察到由于颤振所导致的高频磨削表面波纹。

将实验中所测磨削振动信号与磨削工件表面波紋信号作对比可以发现:从本质上讲两者是相联系的,工件表面波紋是砂轮相对工件的振动在工件表面上的反映结果。只是两者各自所能提供的有效信息量不同。

### 3.3.1 关于颤振信号的多频性和频率前移分析

由表 3-1 中可知,磨削高频颤振具有多频性,并且随着磨削过程的进行,出现频率前移变化现象。

文献<sup>[86]</sup>试验得出了 M1432 型万能外圆磨床在加工状态下的模态频率,如表 3-2 所示。与表 3-1 对照分析可见,颤振优势频率的发展一般趋向某阶模态频率的倍数。如  $819/275.05=3$ (6 阶固有频率的 3 倍);  $1763/221.11=8$ (4 阶固有频率的 8 倍)。

表 3-2 M1432A 型万能外圆磨床模态频率

| 模态    | 1     | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      |
|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 频率/Hz | 67.56 | 102.44 | 184.08 | 221.11 | 255.01 | 275.05 | 305.60 |

颤振频率会随磨削时间而变化,这是在实验中发现的砂轮表面再生型振动中又一特征。这种振动频率的变化,是由于磨削过程中砂轮表面的有效刚度作为一种新的弹性要素,附加到砂轮与工件之间,使得结构的固有频率升高。而此有效刚度又随磨削条件以及修整情况和磨耗状态而发生变化,因而使得振动频率发生变化。

砂轮表面的有效刚度  $K_{gw}$  由磨粒的两部分作用产生:作为切削刃进行切削的作用,以及与工件表面接触,仅仅进行滑擦的作用。在图 3-9 中,虽然以砂轮表面的两类磨粒来分别表示以上两种作用,但实际上这两种作用多存在于一个磨粒上。前者作为切削刃,具有切削刚度  $K_g$ ,又如图(b)所示,磨粒自身具有与砂轮的结合刚度  $K_c$ ,由于是串联,可知相对于工件表面的实际刚度比  $K_g$

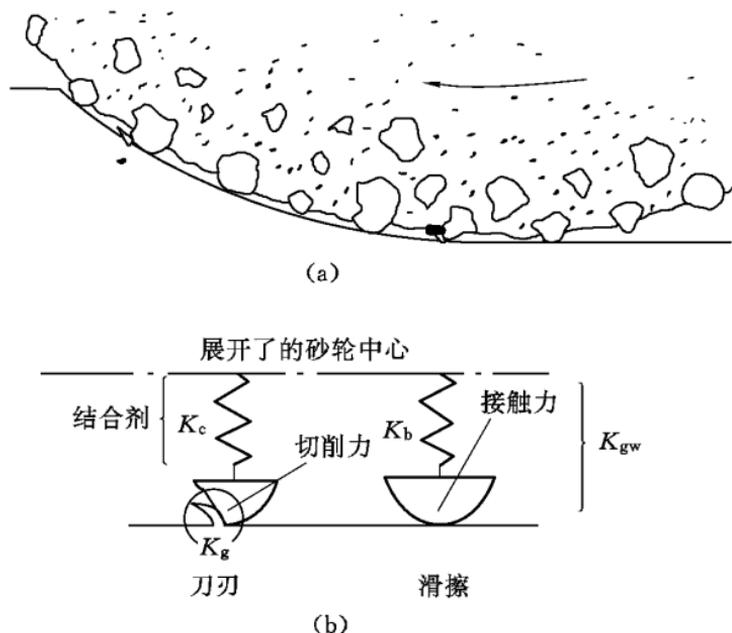


图 3-9 砂轮表面对工件表面的作用机制

要小。由于滑擦引起的弹簧刚度  $K_b$  具有随磨削力  $F$  的静态成分增大而增大的非线性特征。 $F$  通过结构动柔度而与静弹性变形量成比例。

由于  $K_b$  与切削刃的刚性是并联的,因此,两者合成的砂轮表面的有效刚度  $K_{gw}$  可以由下式表示

$$K_{gw} = \frac{K_g \cdot K_c}{K_g + K_c} + K_b \quad (3-7)$$

上述有效刚度的作用,会在一定的程度上改变结构的固有频率。砂轮表面上  $i$  点与工件表面上的  $j$  点两点之间附加上砂轮表面的有效刚度  $K_{gw}$  后,所引起的固有频率的相对变化率与模态柔度成正比,可用下式表示<sup>[7]</sup>

$$\frac{dz_n}{z_n} = \frac{f_{nr}(i,j)}{2} K_{gw} \quad (3-8)$$

式中,  $z_n$ 、 $f_{nr}$  分别为模态频率和模态柔度。可以通过试验测定模态柔度, 以显示砂轮、工件间由于附加砂轮表面的有效刚度而导致的结构固有振动频率变化的敏感性。

随着磨削过程的进行与磨削颤振的发展, 此有效刚度的影响将相对减弱, 从而表现为颤振频率前移。

### 3.3.2 关于振动信号的调制现象分析

实验发现磨削颤振有明显的调制现象, 调制产生的边带十分显著, 集中了相当的能量, 可以认为这种调制现象是产生颤振的又一个相当重要的原因。在磨削过程中, 砂轮、工件等一些回转件, 由于存在不平衡, 会产生强迫振动, 这些振动的频率取决于它们的转速。对磨削自激振动起主要调制作用的有砂轮强迫振动  $x_1(t) = A_1 \cos 2\pi f_1 t$ , 和工件电机引起的强迫振动  $x_2(t) = A_2 \cos 2\pi f_2 t$ 。对于工件本身, 由于其转速较低, 因此由于工件不平衡引起的强迫振动不明显。

假设磨床自激振动的频率为  $f_c$ , 可以粗略认为, 其主要振动分量是  $x(t) = A \sin(2\pi f_c t + \varphi)$ 。根据调制理论, 当调制函数为  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  时, 振幅调制可表示为

$$\begin{aligned} Y(t) &= A[1 + m_1 \cos 2\pi f_1 t + m_2 \cos 2\pi f_2 t] \times \sin(2\pi f_c t + \varphi) \\ &= A \sin(2\pi f_c t + \varphi) + \\ &\quad \frac{Am_1}{2} \sin[2\pi(f_c + f_1)t + \varphi] + \frac{Am_1}{2} \sin[2\pi(f_c - f_1)t + \varphi] + \\ &\quad \frac{Am_2}{2} \sin[2\pi(f_c + f_2)t + \varphi] + \frac{Am_2}{2} \sin[2\pi(f_c - f_2)t + \varphi] \end{aligned} \quad (3-9)$$

其中,  $m_1 = \frac{A_1}{A}$ 、 $m_2 = \frac{A_2}{A}$  为调制因子, 取决于振动的实际状态。可以看到, 幅值调制的结果增加了振幅为  $Am_1/2$ 、 $Am_2/2$ , 频率为  $f_c \pm f_1$ 、 $f_c \pm f_2$  的振动分量。振动信号的能量增加了  $\frac{A^2 m_1^2}{2} + \frac{A^2 m_2^2}{2}$ ,

因此,调制加剧了振动。

一般认为,再生颤振是磨削颤振的主要形态。在实际磨削加工中,由于受迫振动,特别是砂轮不平衡引起的干扰,将使砂轮和工件之间产生相对振动,与再生颤振混合在一起,形成混合型磨削颤振,而影响磨削加工过程。由实验结果可见:高频再生颤振作为载波,低频强迫振动作为调制波,通过调制将低频强迫振动载到高频颤振发生区域,对颤振发生影响。磨削系统首先要产生作为载波信号的高频再生颤振,然后与已存在的强迫振动产生调制而形成混合型颤振,并进而加剧颤振的发展。这里将由于强迫干扰对颤振进行调制而形成的混合型颤振定义为再生—强迫混合型磨削颤振。下面对此作进一步研究。

### 3.3.2.1 再生—强迫混合型磨削颤振数学模型

由图 3-10 所示砂轮再生磨削颤振系统闭环框图可以写出砂轮再生颤振的运动微分方程

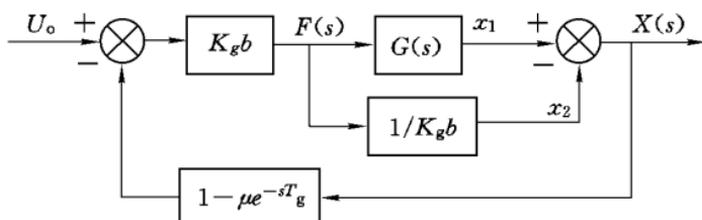


图 3-10 砂轮再生颤振磨削系统框图

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1(t) + c\dot{x}_1(t) + kx_1(t) = F(t) \\ x_1(t) = x(t) - x_2(t) \\ x_2(t) = \frac{F(t)}{k_c b} \\ F(t) = -k_g b [x(t) - \mu x(t - T_g)] \end{cases} \quad (3-10)$$

式中, $m$ 、 $c$ 、 $k$ 分别为振动系统等效质量、阻尼、刚度; $x_1(t)$ 为砂轮本身振动位移; $x_2(t)$ 为砂轮的接触变形; $x(t)$ 为砂轮与工件之间瞬时位移; $k_g$ 为单位磨削宽度上砂轮的磨削刚度; $k_c$ 为单位磨削

宽度上砂轮的接触刚度;  $b$  为磨削宽度;  $\mu$  为重迭系数;  $T_g$  为砂轮每转时间;  $F(t)$  为再生效应引起的动态磨削力。

设砂轮不平衡量引起的离心力作用在磨削系统主振方向上的强迫干扰  $F_e(t)$  为

$$F_e(t) = eM\omega_0^2 \sin \omega_0 t \quad (3-11)$$

式中,  $e$  为砂轮质心相对转轴的偏移量;  $M$  为砂轮质量;  $\omega_0$  为砂轮回转角频率。

当砂轮不平衡引起的离心力对再生效应引起的动态磨削力进行幅值调制时, 动态磨削力的幅值将变为时间的函数。由幅值调制原理可得调制后的磨削力  $F_p(t)$  为

$$F_p(t) = -K_s b (1 + \bar{Q} \sin \omega_0 t) (x - \mu x_T) \quad (3-12)$$

式中, 调制因子  $\bar{Q} = eM\omega_0^2 / p$ ,  $p$  为量纲修正系数。

由方程(3-10)、式(3-12)可得再生—强迫混合型颤振的运动微分方程

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = F_p(t) \\ x_1 = x - x_2 \\ x_2 = \frac{F_p(t)}{k_c b} \\ F_p(t) = -k_g b (1 + \bar{Q} \sin \omega_0 t) (x - \mu x_T) \end{cases} \quad (3-13)$$

引入微分算子  $D = d/dt$ , 代入式(3-13)整理得

$$x(t) + k_g b (1 + \bar{Q} \sin \omega_0 t) \times \left( \frac{1}{mD^2 + cD + k} + \frac{1}{k_c b} \right) \times (1 - \mu e^{-DT_g}) x(t) = 0$$

改写为

$$x(t) + W(D, t) x(t) = 0 \quad (3-14)$$

式中,  $W(D, t) = k_g b (1 + \bar{Q} \sin \omega_0 t) \times \left( \frac{1}{mD^2 + cD + k} + \frac{1}{k_c b} \right) \times (1 - \mu e^{-DT_g})$ 。

方程(3-14)进一步写成

$$x(t) + \Lambda [x(t)] = 0 \quad (3-15)$$

式中,  $\Lambda[\cdot]$ 为对应于  $W(D, t)$  的微分算子。显然  $\Lambda[\cdot]$  是以  $2\pi/\omega_0$  为周期的线性微分算子。由于  $W(D, t)$  的时变性, 在力学上方程式(3-15)称为参数激励系统。

方程式(3-15)即为砂轮不平衡引起的再生—强迫混合型振动系统模型。可见该模型是一个周期参数激励模型。

### 3.3.2.2 再生—强迫混合型磨削颤振响应特征

根据参数激励系统的 Floquet 理论<sup>[88]</sup> 方程式(3-15)存在如下正规解

$$x(t) = \Phi(t)e^{\sigma t} \quad (3-16)$$

其中,  $\Phi(t)$  是以  $2\pi/\omega_0$  为周期的周期函数;  $\sigma$  为解的特征指数。

由  $\Phi(t)$  的周期性, 可使其展开成付氏级数

$$\Phi(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \Phi_r e^{j\omega_0 r t} \quad (3-17)$$

其中,  $\Phi_r$  为付氏级数的第  $r$  项指数。将式(3-17)代入式(3-16)得

$$x(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \Phi_r e^{(\sigma + jr\omega_0)t} \quad (3-18)$$

砂轮不平衡干扰引起的再生—强迫混合型颤振, 由于调制作用, 其响应必然是多频的。在时域上反映为拍波现象, 在频域上则产生许多边频带。这可以从式(3-18)中得以证明。

令式(3-18)中特征指数  $\sigma = j\omega_c$  ( $\omega_c$  为颤振的主振频率), 代入后

$$x(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \Phi_r e^{j(\omega_c + r\omega_0)t} \quad (3-19)$$

对式(3-19)进行付氏变换可得

$$F[x(t)] = 2\pi \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \Phi_r \delta[\omega - (\omega_c + r\omega_0)] \quad (3-20)$$

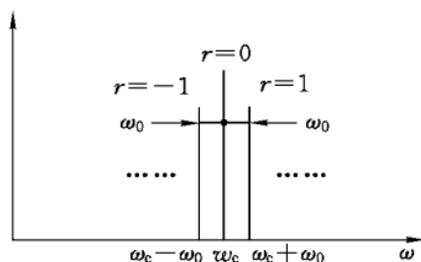


图 3-11 再生—强迫混合型颤振响应谱

与上式对应的响应谱如图 3-11 所示。由图可知,再生—强迫混合型颤振响应谱以再生颤振主振频率  $\omega_c$  为中心,两边由于调制生成许多等间隔排列的边频带,其间隔恰好为砂轮的回转频率。

### 3.4 磨削表面波紋度

表面波紋度是介于宏观几何形状误差和微观表面粗糙度之间的一种表面形貌误差。就作为主要精加工方法的磨削加工而言,表面波紋度问题越来越受到人们的重视。磨削表面波紋度是轴承噪声的主要来源之一,诸如主轴、机床导轨和曲轴等重要零件,对其表面波紋度也都有严格要求。表面波紋度日益成为与表面宏观形状精度、表面粗糙度相当的加工质量指标。

磨削表面波紋度作为砂轮和工件相对振动的结果,受到许多因素的影响,包括机床本身的结构及其动态特性,加工时所采用的工艺参数,所用砂轮的性能以及被加工零件本身的结构、尺寸、材料、装夹方法等。我国机械工业部颁布的 JB/Z168-81 号指导性技术文件“磨削表面波紋度”中指出:“磨削表面波紋度是磨削加工过程中主要由机床—工件—砂轮系统的振动而在零件表面上形成的具有一定周期的高低起伏。”最近被国际标准(ISO12085:1996)所采纳的描述工程表面轮廓结构波紋度的 MOTIF 法,以图形的方式基于包络线评价体系,规定了四个波紋度参数(一个间距参数

和三个幅值参数): 平均间距  $AW$ ; 平均深度  $W$ ; 最大深度  $W_x$ ; 总深度  $W_{te}$ 。然而遗憾的是, 从成因出发对表面波纹度进行评价的问题至今未能很好地解决, 有待深入研究。本部分基于磨削过程中的强迫振动和自激振动(颤振), 将提出合理的表面波纹度评定参数。

由于表面波纹度曲线与表面粗糙度曲线比较相似, 可以采用仿效研究粗糙度的方法来讨论波纹度。就反映振动强度的幅值参数而言, 可用以下参数评价表面波纹度。

(1) 算术平均偏差  $W_a$ ——取样长度  $L$  内波纹偏距  $y(x)$  绝对值的算术平均值, 即

$$W_a = \frac{1}{L} \int_0^L |y(x)| dx \quad (3-21)$$

或近似等于

$$W_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (3-22)$$

式中,  $y_i$  为  $i$  点处的波纹偏距。

(2) 均方根偏差  $W_q$ ——取样长度  $L$  内波纹偏距  $y(x)$  的均方根值, 即

$$W_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L y^2(x) dx} \quad (3-23)$$

或近似等于

$$W_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \quad (3-24)$$

(3) 波纹度平均高度  $W_z$ ——取样长度内 5 个最大波幅的算术平均值。

我国 JB/Z168-81 文件中对于表面波纹度的评定参数规定为波纹度平均高度  $W_z$ 。它又分为直线波纹度和圆周波纹度两种情

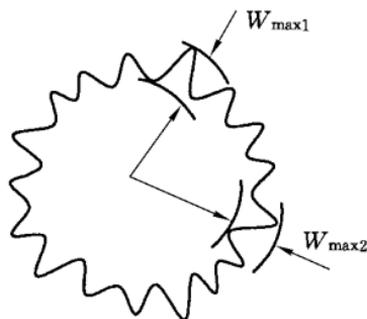


图 3-12 圆周波纹曲线

况。圆周波纹度的波幅值是圆周波纹度曲线上某一波的两邻峰谷的半径之差,如图 3-12 所示。在同一横截面内波纹度曲线上 5 个最大波幅的算术平均值为波纹度平均高度  $W_z = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 W_{\max i}$ 。

由于表面波纹度其频率介于宏观形状误差和表面粗糙度之间,所以如何划分频域范围是一个值得讨论的问题。有些国家根据轴承行业的特点规定了表面波纹度的频率范围,认为在一个圆周上的峰值数应在  $7 \leq n \leq 4\pi d$  以内( $d$  为工件直径),其主要反映的是强迫振动的影响,而对颤振波纹则不加考虑。这种对表面波纹度所属频率范围的划分对轴承行业来讲可能是合适的,但从磨削加工的角度看它是不全面的。实际上磨削表面波纹度是由于砂轮表面与工件相对振动而产生的,因此工件表面由于强迫振动和低频颤振(自激振动)产生的波纹均属于表面波纹度的研究范围。基于此,本书提出采用“一定波频下的平均波高  $W_z | f$ ”来作为表征表面波纹度的参数。根据波频可划分为低频波(由强迫振动引起)和高频波(由低频颤振引起),相应的波纹度评定参数由低频平均波高  $W_{z_l}$  和高频平均波高  $W_{z_h}$  一对参数来表征。这样,一方面可以更全面地表征表面波纹度,另一方面可以根据表面波纹度评定参数考察磨削过程的动态性能。

对于圆形表面波纹度的测量以及评定参数的获得,目前有两种方法,一种是用专用波度仪,另一种则是在通用圆度仪上进行测量。波度仪是专门用来测量波纹度的仪器,目前一般在轴承行业中使用,例如日本生产的 LM—MS—Z 型套圈波度仪。就一般圆度仪而言,每圈最多能测出 500 个峰值,用圆度仪测量所得到的主要是反映强迫振动波纹的信息。所以仅仅使用圆度仪测量表面波纹在一般情况下不能获得有关表面波纹度的所有信息。本研究中,采用圆度仪测量强迫振动波纹并求出参数  $W_{z1}$ (图 3-13(a)),用表面轮廓仪的传感器测量表面由低频自激励振动产生的波纹并求出参数  $W_{zh}$ (图 3-13(b)),从而获得表面波纹度的全部信息。如图 3-8 所示试验所得磨削表面对应的波纹度  $W_{z1}=4.26 \mu|26 \text{ Hz}$ ,  $W_{zh}=3.12 \mu|820 \text{ Hz}$ 。

### 3.5 砂轮特性与磨削表面波纹度

砂轮和工件之间的相对振动,一是工件方面的原因,二是砂轮方面的原因。工件表面在前一道工序中残留下来的波纹,如果磨削过程是稳态,残留波纹能够逐渐减小,否则,随着磨削时间的延长,工件的再生效应会使波纹增大。对于确定的工件材料,如果选用的砂轮过硬或者过软,所产生的波纹要比硬度与工件材料相适应的砂轮产生的波纹明显得多,从图 3-14 中可以清楚地看到这一点。产生这种现象的原因主要是由于砂轮过软,磨削过程中的扰动会使砂轮表面上的磨损不均匀。使砂轮表面也出现了波纹;若砂轮过硬,扰动则会使砂轮表面的堵塞不均匀。以这两种砂轮磨削工件必将在工件表面形成波纹,而工件表面的波纹反过来会促使砂轮的不均匀的磨损和堵塞更加严重。如此相互影响,相互促进,使振动越来越激烈。总之,砂轮和工件之间的相对振动,不管发生在法向还是在切向上,都会引起一个脉动的磨削压力,这一压力导致砂轮的不均匀磨损和不均匀堵塞,这两种影响也可以同时

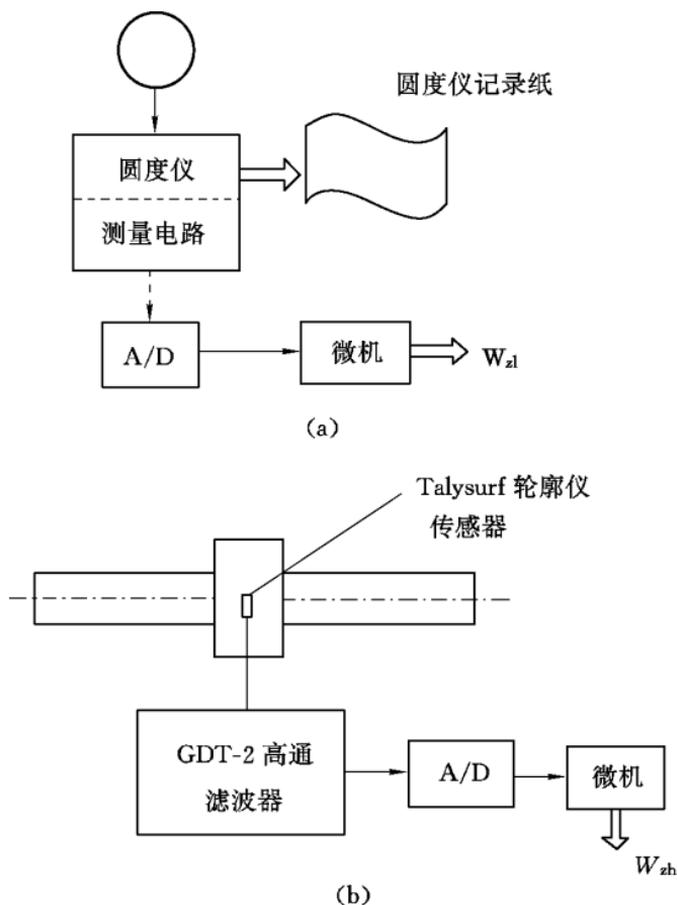


图 3-13 磨削表面波纹的测量与评定参数的获得示意图

(a) 用于低频波; (b) 用于高频波

出现。因此砂轮的特性对磨削颤振和磨削表面波纹理起着重要作用。

### 3.6 本章小结

本章首先对强迫振动与磨削表面波纹理进行理论分析。通过实验研究了磨削过程中颤振的产生和发展情况以及由于工件与砂轮之间相对振动而造成的工件表面形貌误差——表面波纹理,主要

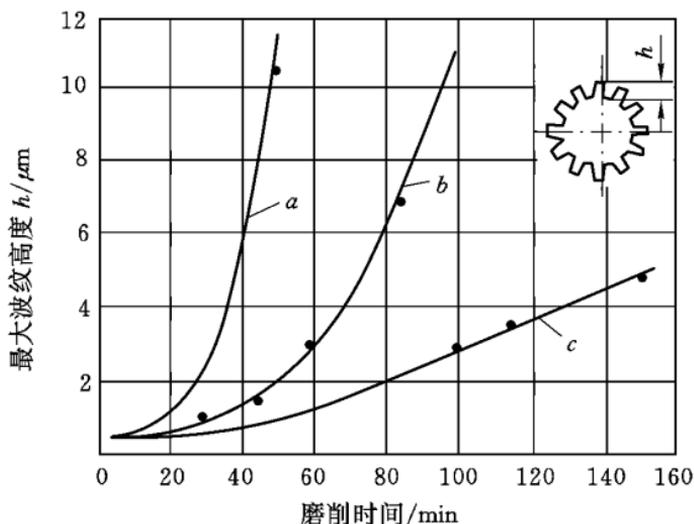


图 3-14 砂轮硬度对表面波纹度增长的影响

*a*——砂轮太软;*b*——砂轮太硬;*c*——砂轮适当

结论为:

(1) 关于磨削颤振发展过程的解释:初期阶段以工件再生效应为主;中期阶段由工件再生效应向砂轮再生效应过渡;末期阶段则以砂轮再生效应为主。

(2) 颤振时域波形明显为幅值调制形成的拍波,拍波周期为砂轮的每转回转时间。频谱图出现因幅值调制造成的等间隔分布的谱线,即边带,而且间隔频率等于砂轮回转频率。

(3) 颤振频率不是单一的,即颤振呈现多频性,并且优势频率具有前移现象。

(4) 磨削工件形貌反映了系统中砂轮与工件之间相对振动的结果,其中强迫振动反映得较充分。

(5) 在实验的基础上,分别对颤振信号的多频性和频率前移以及振动信号的调制现象进行了理论分析,并提出了“再生—强迫混合型”磨削颤振的概念。

(6) 针对磨削表面波纹与磨削振动之间的联系,提出以“一定波频下的平均波高”来作为表征表面波纹度的参数,为基于工件表面波度误差对加工动态性能进行诊断以及新型量仪的研发提供了有益的思路。

最后分析了砂轮特性对磨削表面波纹度的影响。

## 4 磨削颤振的非线性分析

上一章采用谱分析技术对磨削颤振信号进行了研究。谱分析是一种线性分析方法,应用于复杂的非线性系统,特别是混沌系统的诊断时,不是很有效。混沌与分形动力学理论的发展为复杂的非线性系统的诊断提供了新的思路。

在工程实际中,有大量的系统无法采用分析方法去认识,因为这种系统相当复杂,人们对其较为本质的机理并不十分了解,有些连系统的输入也无法观测,所知道的只是一些输出变量随时间的变化情况。如何通过某一个或几个输出变量的时间序列去认识、了解系统的动力特性,这是工程信号处理的一大难题。目前用得较多的方法是对所测得的输出变量的时间序列建立  $n$  阶自回归  $m$  阶滑动平均模型,即  $ARMA(n, m)$  模型。这类模型建立时,其参数估计工作较为繁琐,尤其是高阶自回归( $n$  较大时),这是由于  $ARMA(n, m)$  模型的非线性回归问题引起的参数估计将十分困难,另外,  $ARMA(n, m)$  模型也不能直观地、有效地从单变量时间序列中把系统的动力特性描绘出来。确定性混沌理论的发展,为该问题的解决提供了途径。确定性混沌理论能从一个输出变量的时间序列有效地提取系统的动力特性,从而帮助人们去认识该系统。因为时间序列包含着丰富的信息,它蕴含了参与动态的全部变量的痕迹。确定性混沌理论的分析方法主要包括以下几个方面的内容:

(1) 由所测时间序列重建相空间吸引子,它代表了系统的动力特性。

(2) 计算所测时间序列的关联维数,它是系统在相平面上复

杂程度的一个尺度。

(3) 计算所测时间序列 Lyapunov 指数,它表征系统对初始值的敏感性,进而识别系统是否作混沌振动。

由于磨削颤振的复杂性,本章拟采用确定性混沌理论的分析方法去研究磨削颤振信号与磨削颤振系统。

#### 4.1 理论基础<sup>[88,90,91]</sup>

混沌运动是貌似随机行为的确定性运动。我们对混沌现象的研究,首先对貌似随机信号的来源有了新的认识,即确定性系统也可以产生随机性行为,增加了人们对它进行处理的希望;其次,混沌现象的研究带来一些新的概念和工具,如分维数和 Lyapunov 指数等,可用于复杂信号,特别是混沌信号的分析。这里将介绍一些有关的基本概念与理论。

##### 4.1.1 混沌振动

混沌振动是非线性系统特有的一种运动形式,是产生于确定性系统且对初始条件极为敏感的往复性非周期运动,类似于随机振动而具有长期不可预测性。混沌振动的研究已成为振动力学中一个蓬勃发展的新领域。工程中广泛存在着非线性因素,在适当的参数和初值条件下可能出现混沌振动。

混沌振动的往复非周期特性可以用相平面图的几何方法表示出来。利用相平面内的相轨迹曲线可以直观地了解系统的运动性态。周期运动的相轨迹曲线是封闭曲线。混沌振动不具有周期性,因而混沌振动的相轨迹曲线是不封闭的曲线,而运动的往复性则反映在相轨迹曲线局限于一有界区域内,不会发散到无穷远。

混沌振动的识别问题是指对于给定系统判断其运动是否为混沌振动。由于对于混沌的本质尚无充分认识,也缺乏有效的数学处理工具,数值实验成为研究混沌振动的重要方法。在实践过程中,人们发现若干数值特征可用于识别混沌振动,主要指功率谱、

Lyapunov 指数、分形维数等。当系统运动的上述数值特征中一种或数种满足特定条件时,便可断定系统作混沌振动。

#### 4.1.2 李雅普诺夫(Lyapunov)指数

混沌振动的初值敏感性使得初始时刻靠得很近的两条相轨迹随着时间增长逐渐远离。如果能够定量刻划这种邻近轨迹的发散性,便可建立混沌振动的一种数值识别方法。Lyapunov 指数就是表示相空间内邻近轨迹的平均指数发散率的数值特征。

$n$  维相空间中的某一时刻,两条邻近轨迹之间的距离可以分解在  $n$  个不同的方向,这  $n$  个不同方向上的距离增长率是不同的,每一个增长率就是一个 Lyapunov 指数。上述直观的基本思想可作更精确的表述。

振动系统可以写成  $n$  个自治一阶微分方程组的形式

$$\dot{x} = f(x) \quad x \in R^n \quad (4-1)$$

选系统(4-1)式两条起始点相近的轨迹  $L_1$  和  $L_2$ ,起始点分别为  $x_0$  和  $x_0 + \Delta x_0$ ,称以  $x_0$  为初始值的轨线为基准轨迹,以  $x_0 + \Delta x_0$  为初始值的轨迹为邻近轨迹。 $t$  时刻基准轨迹和邻近轨迹上的点为  $x(x_0 + \Delta x_0, t)$  和  $x(x_0, t)$ ,记  $w(x_0, t) = x(x_0 + \Delta x_0, t) - x(x_0, t)$ 。当  $w$  充分小时,满足方程式(4-1)的线性化方程为

$$\dot{w} = Df w \quad (4-2)$$

其中, $n \times n$  雅可比矩阵  $Df$  在  $x_0$  处计算。此时两条邻近轨迹沿  $w$  方向的平均指数发散率为

$$\lambda(x_0, w) = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ w \rightarrow 0}} \frac{1}{t} \ln \frac{\|w\|}{\|w_0\|} \quad (4-3)$$

式中, $w_0 = w(x_0, 0)$ 。在  $n$  维相空间中  $w$  的全体张成一个随轨迹运动的  $n$  维空间,成为切空间。选择该切空间的一组基底  $\{e_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ ,对应于每个基底矢量  $e_i$ ,由式(4-3)可确定  $n$  个数值  $\lambda(x_0, e_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 。将这组数值由大到小排列,称为系统(4-1)的 Lyapunov 指数。

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_n \quad (4-4)$$

Lyapunov 指数可能为正,也可能为负。正 Lyapunov 指数表示对应方向上的发散,负 Lyapunov 指数表示对应方向上的收缩。如果所有 Lyapunov 指数均为负,系统将趋于静止。如果有 Lyapunov 指数为零而其余的为负,系统作周期运动。如果系统存在正 Lyapunov 指数,系统作混沌振动。由此可见,用 Lyapunov 指数识别混沌振动只需确定最大 Lyapunov 指数是否为正。因此,在识别混沌振动时往往不需要计算出系统所有的 Lyapunov 指数,而只需要计算出最大 Lyapunov 指数。

#### 4.1.3 分形的概念

在线性代数中,空间的维数是指张成该空间所需独立向量的数目。这种维数概念与人们日常生活中形成的直观的几何意识相符,点的维数为 0,直线的维数为 1,平面的维数为 2……。但这种维数概念难以描述数学研究中某些似点又似线的几何结构,如著名的康托(G. Cantor)集合。取一单位长度线段,等分为 3 段,截去中段,得到 2 个长度为  $1/3$  的线段;再将这两个线段 3 等分,截去中段,得到 4 个长度为  $1/9$  的线段;如此进行下去,得到  $2^n$  个长度为  $3^{-n}$  的线段,令  $n \rightarrow \infty$  所得到集合为康托集合。康托集合是无穷多但又无穷稀疏的点集,其维数介于 0 和 1 之间,上述维数概念不再适用。理论分析和数值计算都表明存在非常规的几何形体,其维数不是整数。

为推广维数的概念,可以从另一角度进行分析。正方形之所以为 2 维,是因为如果边长增加  $k$  倍,则面积增加  $m = k^2$  倍。同理,立方体的边长增加  $k$  倍,则体积增加  $m = k^3$  倍,因而是 3 维。一般地,对于  $d$  维几何体,若一个空间方向上几何尺寸增加  $k$  倍,则体积增加  $m = k^d$  倍。因而可将维数定义为

$$d = \frac{\ln m}{\ln k} \quad (4-5)$$

如上定义的维数不再局限于整数。

一般的分形结构可能极为复杂,描述性的定义式(4-5)往往不能直接应用。这时可对维数重新定义。设集合  $S$  为  $n$  维空间的子集,  $N(a)$  是覆盖集合  $S$  所需边长为  $a$  的  $n$  维立方体的最小数目, 则有以下豪斯多夫(F. Hausdorf)维数

$$d = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\ln N(a)}{\ln \frac{1}{a}} \quad (4-6)$$

分形具有内在的几何规律。不断地显微放大任何部分,其几何结构与整体类似。这种性质称做自相似性。具有自相似的几何体维数往往不是整数。

#### 4.1.4 奇怪吸引子的维数

在实际问题中,有时只对运动的长期性态有要求,此时稳定性的概念可减弱为吸引性,定义为:若给定任意小的正数  $\epsilon$ ,存在正数  $\delta$ ,对于一切受扰运动,只要其初扰动满足  $|x(t_0)| \leq \delta$ ,则存在与  $t_0$ 、 $x(t_0)$  和  $\epsilon$  相关的正数  $\eta$ ,对于所有  $t > t_0 + \eta$  均有  $|x(t)| < \epsilon$ ,则称未扰运动  $y_s(t)$  是吸引的。具有吸引性的未扰运动称做吸引子。稳定的未扰运动例如稳定平衡位置或稳定极限环都是吸引子。

有阻尼的振动系统称为耗散系统。耗散系统的稳态运动对应于相空间中称做吸引子的有限集合,它是耗散系统运动状态长时间演化的归宿。例如,稳定的平衡点对应的吸引子为相空间中的一个点,稳定周期运动对应的吸引子为相空间中的闭曲线,稳定的准周期运动对应的吸引子为相空间中的闭环面。由点、闭曲线或闭环面构成的吸引子称做平凡吸引子。由于混沌振动是非周期而又有限的运动,在相空间中其相轨迹被吸引在一个有限的空间区域内往复缠绕而恒不相交,对应的吸引子是不平凡的吸引子,称做奇怪吸引子。

考虑轨迹通过小立方体概率的维数为相关维数。记  $P_i$  为轨

迹出现在第  $i$  个小立方体的概率, 关联维数定义为

$$d_c = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(a)} P_i^2}{\ln a} \quad (4-7)$$

若相轨迹落入每个小立方体的概率均相等, 即  $P_i = 1/N(a)$ , 则式(4-7)回到定义式(4-5)。关联维数的特点是便于计算。

关于混沌和奇怪吸引子及其维数, 概括地说, 当非线性动力系统处于特定初始条件时, 其演化过程可能和随机系统的演化行为很相似, 其轨道始终限于有限区域且永不重复。这种将确定性的方程与随机性的结果联系起来的现象, 就是混沌现象。其演化轨道就是奇怪吸引子。奇怪吸引子的实际定义是: 对初始条件具有敏感依赖性的吸引子, 这种敏感性可以用 Liapunov 指数定量地表达, 而且它的维数一定是分数。分维的存在说明了系统具有奇异结构和无限层嵌套的自相似性。

分形维数提供了数值识别混沌振动的一种判据, 若稳态运动对应的吸引子的分形维数不是整数, 一般可以认为该稳态运动为混沌振动。

李雅普诺夫指数描述了混沌振动的初值敏感性, 分形维数描述了由混沌振动的非周期性产生的相轨迹的不规则性。一般情况下, 用李雅普诺夫指数或分形维数可以识别混沌振动, 对于一些特殊情形需要综合运用李雅普诺夫指数、分形维数和功率谱密度函数并辅以相平面和庞加莱映射才能判断系统是否呈现混沌振动。

## 4.2 由单变量时间序列重建相空间吸引子

实验所得的单变量时间序列  $\{x_k(t)\} (k=1, 2, \dots, n)$  记录了动力系统随时间的演化过程, 其中蕴含了参与动态演化过程的全部变量的痕迹。作为数学中的反演问题, 由观测到的时间序列重构动力系统的相空间, 可以从中提取系统的动力特性。从单变量的

时间序列  $\{x_k(t)\} (k=1, 2, \dots, n)$  中找寻吸引子, 如果吸引子存在, 计算其维数, 并由此确定吸引子的类型和动力学特征, 实质是在从所观测的时间序列  $\{x_k(t)\} (k=1, 2, \dots, n)$  中探测其本质特征。

从单变量时间序列中提取系统的动力特性, 最先提出解决方法是 Packard 等(1980), 他们认为在某种程度上等效于系统根本特性的相图可从实验数据中获得。Takens(1981) 提出了滞后方法, 亦即嵌入理论。该理论认为, 确定任何一个系统状态所需的全部动力学信息包含于该系统任一变量的时间序列之中, 把单变量时间序列嵌入到一个新的坐标系中所得到的状态轨道保留了原空间状态轨道的主要特征: ① 嵌入变换可能会使轨道变形, 但它与原状态轨道是等价的; ② 嵌入变换是一个光滑的一对一的映射时, 它不改变轨道上点的次序, 保留了原来的方向; ③ 若原空间轨道是闭合的, 则经对映射在嵌入空间仍是闭合的; ④ 保留了原空间固定点的稳定性。Takens 原理解决了怎样才能从这单一的时间序列建立和描述有限维的吸引子, 及重构动力系统这一问题。

设实验观测记录到某一物理量的时间历程为

$$x_0(t), x_1(t), \dots, x_n(t), \dots \quad (4-8)$$

将其按  $\tau (\tau = m \cdot \Delta t)$  的整数倍逐次滑动变位, 将原时间序列式(4-8)进行拓展, 构造出如下  $n \times n$  个线性无关的数据元

$$\begin{array}{cccc} x(t_0), & x(t_1), & \dots & x(t_{n-1}) \\ x(t_0 + \tau), & x(t_1 + \tau), & \dots & x(t_{n-1} + \tau) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(t_0 + (n-1)\tau), & x(t_1 + (n-1)\tau), & \dots & x(t_{n-1} + (n-1)\tau) \end{array} \quad (4-9)$$

其中,  $n$  为任意整数;  $\Delta t$  为两次相邻的采样时间间隔。式(4-9)即可构成一个  $n$  维的相空间。构成方法是用一个能显示  $n$  个数据的可移窗口, 沿着 1 维的时间序列式(4-8)滑动, 得到嵌入空间  $R^n$  中的任意一点

$$X_i \{x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (n-1)\tau)\} \quad (4-10)$$

从式(4-8)到式(4-9),意味着把1维的时间序列拓展成 $n$ 维空间,式(4-9)所包含的信息远比式(4-8)所包含的信息量大。

将磨削颤振信号,经离散采样后,得式(4-8)所示的实验数据序列。作为一维时间序列按照式(4-9)的方式输入到拓展空间的程序中,获得信号的反演相型。以便从几何上观察系统所呈现的吸引子性态是否具有奇怪吸引子的特征,但这仅仅是几何上的描述,还应该从理论上对系统的性态进行更深刻的描述,对奇怪吸引子给出定量的刻划和描述。

### 4.3 由单变量时间序列计算关联维数

Hausdorf 维数的定义在数学上是很严密的,其理论性很强,但实际应用很困难。

1983年 Grassberger 和 Procaccia 根据嵌入理论和重建相空间思想,提出了从时间序列直接计算关联维数  $D_2$  的算法,即  $G-P$  算法<sup>[94]</sup>。

对经离散采样后得时间序列如式(4-8)所示,将其拓展成 $n$ 维相空间如式(4-9)所示,从 $R^n$ 相空间上任取一个点 $X_i$ ,以 $r$ 为半径去包覆 $X_i$ 与其余 $(N-1)$ 个点 $X_j$ 的距离 $|X_i - X_j|$ ,这样得到以 $X_i$ 为中心,以 $r$ 为半径内的数据点,对所有的 $i$ 重复这一过程得到

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H(r - |X_i - X_j|) \quad (4-11)$$

$C(r)$ 即是吸引子的关联积分。其中 $H$ 为 Heaviside 函数

$$H(r - |X_i - X_j|) = \begin{cases} 1 & r - |X_i - X_j| \geq 0 \\ 0 & r - |X_i - X_j| < 0 \end{cases} \quad (4-12)$$

考虑存在如下关系

$$C(r) \propto r^{\nu} \quad (4-13)$$

Grassberger 和 Procaccia 通过对 Lorenz 方程等著名非线性方程

的验证,得到幂指数  $\nu$  与容量维数  $D_c$  几乎相等,从而推出  $G-P$  算法的关联维数  $D_2$  为

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\lg C(r)}{\lg r} \quad (4-14)$$

关联维数的理论基础也是基于覆盖的测度思想。它相当于用  $N_i$  个尺度为  $r^n$  的超几何体覆盖相空间。

关联维数的实用性在于,可以在不知道系统的背景相空间的条件下,只依靠实验测得的少数甚至是单一时间序列数据计算维数。显然只要取不同的标尺  $r$ ,将在  $\lg C(r) - \lg r$  坐标系下形成曲线。若曲线存在直线段,则该直线段的斜率即为  $G-P$  算法的关联维数。

由式(4-14)可知,如果双对数坐标系中的曲线具有明显的直线段,则关联维数可通过计算该曲线的斜率获得。采用直线方程

$$\ln C(r) = a + D_2(n) \ln r \quad (4-15)$$

去拟合计算数据,为使计算值与回归方程(4-15)的偏差最小,利用最小二乘法对参数  $a$  和  $D_2$  进行最小二乘估计,令

$$Q(a, D_2(n)) = \sum_{i=1}^k (a + D_2(n) \ln r_i - \ln C(r_i))^2 \quad (4-16)$$

其中,  $D_2(n)$  表示  $n$  维相空间的关联维数。由于  $Q(a, D_2(n))$  是  $a$  和  $D_2$  的非负二次函数,其最小值必存在,同时它是  $a$  和  $D_2$  的可微函数,故参数  $a$  和  $D_2$  应是下列方程组的解

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^k (a + D_2(n) \ln r_i - \ln C(r_i)) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial D_2} = 2 \sum_{i=1}^k (a + D_2(n) \ln r_i - \ln C(r_i)) \ln r_i = 0 \end{cases} \quad (4-17)$$

化简后得

$$\begin{cases} ka + \left(\sum_{i=1}^k \ln r_i\right) D_2(n) = \sum_{i=1}^k \ln C(r_i) \\ \left(\sum_{i=1}^k \ln r_i\right) a + \left(\sum_{i=1}^k (\ln r_i)^2\right) D_2(n) = \sum_{i=1}^k \ln r_i \cdot \ln C(r_i) \end{cases} \quad (4-18)$$

解方程式(4-18)得

$$D_2(n) = \frac{\sum_{i=1}^k \ln r_i \ln C(r_i) - \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k \ln r_i\right) \left(\sum_{i=1}^k \ln C(r_i)\right)}{\sum_{i=1}^k (\ln r_i)^2 - \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k \ln r_i\right)^2} \quad (4-19)$$

按照上述数值实验算法,对于一维时间序列,将其拓展到任意多维相空间并计算相关维数的计算机程序框图如图 4-1 所示。

#### 4.4 由单变量时间序列计算 Lyapunov 指数

对于一个非线性动力学系统的混沌特性,可以直接通过相应的解析模型进行研究,即通过解析算法直接计算 Lyapunov 指数。如果系统的解析模型未知,或者虽然解析模型已知,但形式比较复杂,使得几乎无法对模型进行直接的分析,则可由单变量时间序列通过重构相空间实现系统的混沌分析。磨削颤振信号时间序列在一定程度上反映了磨削系统的本质特征。可以通过拓展至相空间对其进行分析研究,从而提取蕴含在其中磨削系统的重要信息。

由一维时间序列计算 Lyapunov 指数最早的算法是由 Wolf 等<sup>[95]</sup>提出来的,但该算法需要输入的参数太多,同时当实验数据中噪声水平较高时,其结果的可靠性难以保证。基于这样的原因, Kantz<sup>[96]</sup>提出了一种稳健算法,基本上克服了 Wolf 算法的不足。

对于非线性动力学系统,即对流  $\varphi_i$  按等间隔时步  $\Delta t$  离散采样得到一维系统状态点序列  $\{x_k\} (k=1, 2, \dots, L)$ 。将其按式(4-

9)的方式进行拓展相空间,得相空间中的点 $\{x_j\}$ ( $j=1,2,\dots,n$ )。在以 $x_j$ 为中心, $\epsilon$ 为半径的小球范围,寻找相邻点集 $\{x_i\}$ ( $i=1,2,\dots,N$ ),则 $\{x_i\}$ ( $i=1,2,\dots,N$ )中的任意点可视为在相空间中与 $\{x_j\}$ ( $j=1,2,\dots,n$ )所在轨道十分邻近的点。它们满足关系

$$\{Y_i\} = \{x_i - x_j \mid \|x_i - x_j\| \leq \epsilon\} \quad (4-20)$$

式中, $Y_i$ 表示 $x_i$ 和 $x_j$ 之间的位移向量。

经过 $\tau = m \cdot \Delta t$ 时间的演化,状态点 $x_j$ 变到 $x_{j+m}$ ,相邻点集 $\{x_i\}$ 变到 $\{x_{i+m}\}$ ,而位移向量 $Y_i = x_i - x_j$ 则映射到

$$\{Z_i\} = \{x_{i+m} - x_{j+m} \mid \|x_i - x_j\| \leq \epsilon\} \quad (4-21)$$

若半径 $\epsilon$ 足够小,则可以认为,位移向量 $\{Y_i\}$ 和 $\{Z_i\}$ 是切空间的切向量。由 $Y_i$ 演化到 $Z_i$ 可由下式描述

$$Z_i = A^j Y_i \quad (4-22)$$

式中, $A^j$ 为变换矩阵。

用参数识别与估计的最小二乘原理,可根据 $\{Y_i\}$ 和 $\{Z_i\}$ 而获得 $A^j$ 的最佳估计

$$\min_{A^j} S = \min_{A^j} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|Z_i - A^j Y_i\|^2 \quad (4-23)$$

若以 $a_{kl}(j)$ 表示矩阵 $A^j$ 的 $(k,l)$ 元素,则由

$$\frac{\partial S}{\partial a_{kl}(j)} = 0 \quad (4-24)$$

得到 $m \times m$ 个待解方程。

当 $N \geq m$ 时,一般有

$$\begin{cases} A^j U = V \\ (U)_{kl} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_{ik} Y_{il} \\ (V)_{kl} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_{ik} Y_{il} \end{cases} \quad (4-25)$$

式中, $U$ 和 $V$ 为 $m \times m$ 阶协方差矩阵; $Y_{ik}$ 和 $Z_{ik}$ 分别为向量 $Y_i$ 和

$Z_i$  的第  $k$  个分量。因此,可以从单一实验数据序列估计 Lyapunov 指数谱

$$\lambda_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\tau} \sum_{j=1}^n \ln \| A^j e_i^j \| \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4-26)$$

式中,  $A^j$  为式(4-25)的解;  $n$  为重复计算式(4-25)的次数;  $e_i^j$  为  $x_j$  处切空间的基向量。式(4-26)的平均值即为最大 Lyapunov 指数。对于任意一维时间序列  $\{x_k(t)\} (k=1, 2, \dots, N)$ , 将其拓展到任意多维相空间并计算 Lyapunov 指数的程序框图如图 4-2 所示。

对磁带机记录的振动信号(第三章)进行重放,并利用微机声卡、通过 MATLAB 数据采集工具箱 DAQ 将数据采集(采样频率  $f=8$  kHz)至微机生成数据文件,进而获得磨削颤振信号时间序列,供有关处理软件使用。

将实测的磨削颤振信号按等间隔离散后,作为一维时间序列输入程序进行计算,其 Lyapunov 指数谱如图 4-3 所示,计算出最大 Lyapunov 指数为  $\lambda_{\max} = 0.430 2 > 0$ , 由此说明磨削颤振信号具有混沌特性。

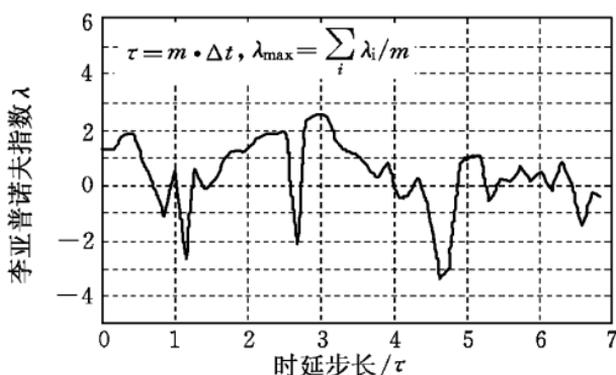


图 4-3 磨削颤振信号的 Lyapunov 指数谱

## 4.5 本章小结

本章首先综述了混沌振动理论以及用于识别混沌振动的若干数值特征(Lyapunov 指数、分形维数等),进而论述了由单变量时间序列重构相空间吸引子、计算关联维数和 Lyapunov 指数的算法。在此基础上,针对磨削颤振的复杂性,首次提出采用确定性混沌理论的分析方法去研究磨削颤振信号与磨削颤振系统。根据所测磨削颤振信号时间序列计算其 Lyapunov 指数,表明磨削振动系统具有混沌特性。这一发现可为磨削颤振系统的非线性建模提供理论依据。

## 5 磨削颤振的监控策略与抑制方法

前面几章已经对磨削颤振的机理及其发展规律作了理论和实验研究。在此基础上对磨削振动状态的识别与监控以及磨削颤振的抑制进行研究,即在研究振动和颤振发生机理的同时,监测加工中的振动,判别振动的程度,预报颤振的发生,从而采取措施防范和抑制颤振,则更具有实用价值。

### 5.1 磨削颤振的神经网络监测方法

#### 5.1.1 引言

当前,人工神经网络作为生物控制论的一个辉煌成果,它的触角几乎已经伸展到各个工程领域。人工神经网络作为一种新颖的建模技术,于20世纪80年代中期开始引起国内机械工程领域广大科技人员的浓厚兴趣和广泛重视,并进行了大量研究、改进及应用的探索工作,至今仍然方兴未艾。

与其他模型不同,人工神经网络模型师法大自然的杰作——人类大脑的拓扑结构,从而形成了以下特点:

(1) 结构化。人工神经网络模型是一种结构化模型,它是由一定数量的功能简单的单元——神经元,相互联接而构成的。一个神经元的输出与其他神经元的输入,按一定的权值相联接。人工神经网络模型的神奇之处在于它所包含的诸多神经元之间的连接方式,包括联接关系和联接强度(即权值),也就是该模型的组织结构。不同的组织结构,构成不同的模型,描述不同的对象,实现不同的目的。这种以大量简单的元素,形成一定的组织结构,以获得所需要的宏观(总体)性能的建模方式称为结构化建模,所构成

的模型称为结构化模型。

(2) 分布式、全息性和鲁棒性。人工神经网络作为一种结构化模型,它以所包含的诸神经元之间的联接方式来反映它所代表的对象的特征。换句话说,人工神经网络模型以它的联接权值,或者说以它的拓扑结构来存储对象的信息,而不是将信息分别存储在各个单元之中。值得注意的是,这种模型的总体性能虽然反映了对对象的宏观特征,但是模型的各个部分与对象的各个部分或各项特征之间并不存在分别的对应关系。事实上,对象的任一部分或任一特征,都是由所有的权值(或相当多的权值)来综合反映的。另一方面,一项联接权值可能与对象的多个部分或多个性能有关。因此说人工神经网络模型的信息存储是分布式的或全息式的。在这种信息存储方式下,模型各部分所存储的信息相互支持,相互补充,从而赋予模型较强的容错性能和联想能力,使它不会因为部分神经元的损坏而严重影响其总体性能,也不会因为输入信号受到一定程度的噪声污染而严重歪曲其输出。因此,人工神经网络模型具有鲁棒性。

(3) 并行性。输入信息在人工神经网络模型中是以一种并行的方式进行处理。在这种方式下,网络中的各个神经元各自独立地从与其输入端相联接的其他神经元采集输入,并计算其输出,再将其传递给上一层(或其他)的神经元,作为它们的一个输入,或作为整个模型的输出。在这种模型中,各神经元在信息共享的基础上,按规则“各行其是”,又相互配合,无需听命于某个指挥中心。这种并行模式赋予模型高速的信息处理能力和对输入变化的快速响应能力。

(4) 非线性。利用人工神经网络模型可以实现多变量之间的各种非线性映射。非线性科学是当代发展迅速、十分活跃的一个领域。人工神经网络的非线性映射特性,使其具有广泛的应用前景。

总之,人工神经网络之所以能够得到广泛的应用,首先在于它不像专家系统那样需要事先建立知识库,运行所需要的知识规则是由训练样本训练后存储在网络的权系数中的;其次,由于只需要模拟现实复杂系统的输入和输出,网络又具有极强的非线性映射能力,使网络的结构十分简单;第三,人工神经网络的容错性能很好,在局部节点或连接失效乃至规则完全不掌握的情况下,仍然能够正常工作;第四,人工神经网络可以通过有监督学习或无监督学习来模拟过去必须由人来完成的一些操作。

制造过程的复杂性、随机性,使其工况监测、预报和控制非常困难。人工神经网络的非线性映射能力、对任意函数的逼近能力和并行高速计算能力,为解决这类问题提供了有力工具。人工神经网络在这一过程的作用是通过检测与工况相关的一系列动态信号,如振动、噪声、作用力、加速度等,提取其特征参数,作为人工网络的输入,网络的输出则为所识别出的工艺系统的状态。若再配以合适的控制策略,据此可作出相应的控制决策,实现制造过程的在线控制。从预测的角度应用人工神经网络,并根据预测结果进行过程控制,以防患于未然。这实质上是用过去  $N(N \geq 1)$  个数据对未来  $M(M \geq 1)$  个时刻的值进行预测,即实现  $R^N$  到  $R^M$  的映射。用三层前馈网络可完成对被测对象时序动态建模的功能,其学习样本可在已知时序中取  $N$  个作为输入而后  $M$  个作为理想输出,下一样本可由前一样本平移产生,如此重复  $K$  组。据报道<sup>[97]</sup>,用人工神经网络建模比用传统的 AR 模型建模的预报精度高。

需要说明的是,人工神经网络模型是一种类似于“黑箱”的隐式模型,它虽然有能力强逼近任何未知的、系统固有的模型结构,但这并不能替代对制造过程中的各种对象的深入的机理研究和定量的精确建模。事实上,后者的研究对人工神经网络的建模,特别是对神经网络的输入特征选择,乃至人工神经网络的实际适用能力有至关重要的作用。

人工神经网络在加工振动状态监测和颤振预报方面,国内外学者也取得一些探索性成果<sup>[102,103]</sup>。下面将基于BP神经网络模型,对磨削过程中的振动监测和磨削颤振的预报进行研究。

### 5.1.2 多层前向网络与BP算法

多层前向网络(multi-layer feed forward network)是用得最为广泛的一类网络(见图5-1)。它由输入层、输出层和一个或数个隐层构成。每一层包含有若干个神经元节点。输入层和输出层神经元数目 $n$ 和 $m$ 按实际需要确定,而隐层的神经元数目 $r$ 一般由经验确定。神经元之间相互联接,但同一层的神经元之间并不相联,输入信息 $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 从输入层经隐层向前传到输出层,成为输出 $Y(y_1, y_2, \dots, y_m)$ 。 $W_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, r; j=1, 2, \dots, n$ )是信号从输入层第 $j$ 个神经元到隐层第 $i$ 个神经元的联接权值, $W_{ki}$  ( $k=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, r$ )是信号从隐层第 $i$ 个神经元传到输出层第 $k$ 个神经元的联接权值, $\theta_j$ 是输入层神经元的阈值, $\theta_i$ 是隐层神经元的阈值,以上关系确定了由输入空间 $R^n$ 到输出空间 $R^m$ 的一个非线性映射 $X \rightarrow Y$ 。已经证明<sup>[104]</sup>:具有一个隐层的3

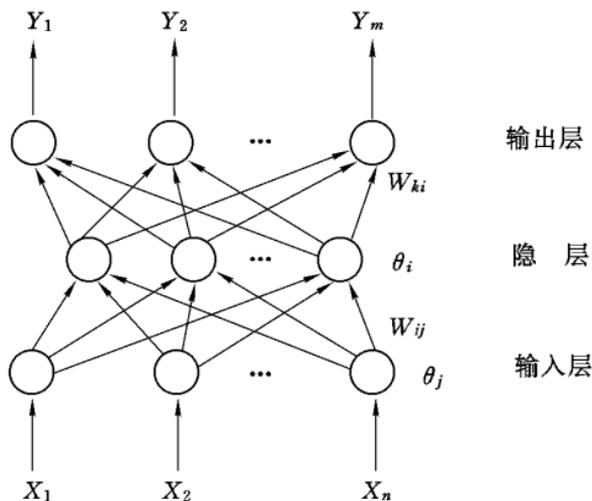


图5-1 多层前向网络

层前向网络可以有效地逼近各种映射关系。

上述权值  $W_{ij}$  和  $W_{ki}$  以及阈值  $\theta_j$  和  $\theta_i$  需要在训练过程中确定。多层前向网络之所以获得非常广泛的应用,是由于 Rumelhart<sup>[105]</sup> 提出了反向传播算法(BP 算法),为网络中诸神经元权值和阈值的调整和优化提供了一条可行的途径。BP 算法的主要思路是,设有  $S$  个训练样本  $\{X_l, Y_l\} (l=1, 2, \dots, s)$ , 任意设定网络中的权和阈的初值,以  $X_l$  输入,得到输出  $\bar{Y}_l$ , 于是全部样本的均方误差为

$$e = \sum_{l=1}^s (Y_l - \bar{Y}_l)^2 = e(W_{ij}, W_{ki}, \theta_i, \theta_j) \quad (5-1)$$

BP 算法的核心是按  $e$  的梯度方向调整权值及阈值,从而使误差降至最小,这种误差逆传算法称为累积误差逆传算法。此外,还有以每对输入、输出误差调整权值和阈值的标准误差逆传算法和其他多种改进算法。

BP 神经网络中第  $k$  层第  $j$  个神经元具有如下输入输出关系

$$y_j^{(k)} = f_j^{(k)} \left( \sum_{i=1}^{N_{k-1}} W_{ij}^{(k-1)} \cdot y_i^{(k-1)} - \theta_j^{(k)} \right) \quad (5-2)$$

$$(k = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_k)$$

式中,  $W_{ij}^{(k-1)}$  为第  $k-1$  层第  $i$  个节点到该节点的联接权值;  $\theta_j^{(k)}$  为该神经元的阈值;  $y_i^{(k-1)}$  为第  $k-1$  层第  $i$  个节点的输出;  $f_j^{(k)}$  为节点作用函数;  $N_k$  为第  $k$  层节点的数目;  $M$  为总层数。

BP 网络采用反向传播算法,即 BP 算法进行学习。该算法通过样本对网络进行训练,根据期望输出与实际输出的差值不断调整各神经元之间的联接权值  $W$ , 以使得最终的  $W$  所确定的网络的输出能以要求的精度逼近期望值。权值的调整按下式进行

$$W_{ij}^{(k-1)}(t+1) = W_{ij}^{(k-1)}(t) + \eta \cdot \sum_{h=1}^I \delta_{hj}^{(k)} \cdot y_{hj}^{(k-1)} \quad (5-3)$$

其中,  $I$  为样本总数;  $\eta$  为学习步长,  $0 < \eta < 1$ ;  $\delta_{hj}^{(k)}$  为误差传播项。

对输出层  $\delta_{hj}^{(M)} = (\hat{y}_{hj}^{(M)} - y_{hj}^{(M)}) \cdot f_j(y_{hj}^{(M)}) \quad (5-4)$

$$\text{对其他层} \quad \delta_{hj}^{(k)} = f_j(y_{hj}^{(k)}) \sum_{l=1}^{N_{k+1}} \delta_{hl}^{(k+1)} \cdot W_{jl}^{(k)}(t) \quad (5-5)$$

网络输出的误差  $\epsilon_1$  按下式计算

$$\epsilon_1 = \sum_{h=1}^I \sum_{j=1}^{N_M} (\hat{y}_{hj}^{(M)} - y_{hj}^{(M)})^2 \quad (5-6)$$

上面各式中,  $\hat{y}_{hj}^{(M)}$  为网络实际输出;  $y_{hj}^{(M)}$  为网络期望输出。

如果  $\epsilon_1 > \epsilon$  ( $\epsilon$  为预定误差), 则继续学习调整权值, 反之则可停止训练。由此时的  $W$  权值构成的网络即可在  $\epsilon$  误差范围内实现期望输出。

传统的 BP 学习算法存在收敛速度和易陷于局部极小的不足。之所以会造成这种状况是因为前馈网络的输出误差是权矢量空间的一个曲面, 它由大片平坦区和小斜度的凹槽组成<sup>[100]</sup>。不同的网络结构, 不同的研究对象, 其误差曲面的形状不同。BP 算法沿梯度方向调整权值, 按等步长搜索误差的极小值, 这对于存在大量局部极小点的情况, 常常不能达到全局最小, 等步长搜索又易于造成振荡, 使收敛速度减慢。克服局部极小点最有效的方法是采用“模拟退火”算法。它模仿金属的退火过程, 通过逐步降低控制“温度”, 并加入小的随机扰动而使搜索过程跳过局部极小。这种算法虽然解决了局部极小问题, 但学习过程非常缓慢。提高 BP 网络的训练速度可从两个方面来着手: 一是调整网络结构, 如修改激励函数, 在 S 型函数中加入若干参数, 改变 S 曲线的形状或使用其他类型的函数代替 S 函数, 使误差函数具有更加陡峭的曲面, 没有平坦的地段, 从而提高网络的训练速度和训练效果。二是修改训练方法, 如改变搜索方向和步长, 避开局部极小点和振荡, 使网络尽快收敛。此外, 基因算法(GA)同人工神经网络一样是从生物进化受到启示而提出的一种优化算法, 将它与 BP 算法相结合, 可以有效地解决局部极小和收敛速度问题。

### 5.1.3 磨削颤振的监测

磨削颤振的监测采用含有一个隐层的 3 层 BP 网络, 每个神经元节点的阈值均为 0。输入层的作用函数采用了线性函数:  $f(x) = kx$ ; 而对隐层和输出层, 其作用函数为 Sigmoid 函数:

$$f(x) = 1/(1 + e^{-x}) \quad (5-7)$$

选择振动加速度作为监控参数, 当磨削系统趋向发生颤振时, 振动信号时序  $\{x_i\}$  的方差  $\sigma_x^2$  显著增大, 同时, 其一步相关系数  $\rho_1$  也迅速增大, 因此这两者的大小变化可以用来判断颤振发生与否<sup>[26]</sup>。另外, 根据时序理论, 一阶自回归模型 AR(1) 的模型残差  $\{a_t\}$  的方差  $\sigma_a^2$ , 因其密切反映了系统状态信息, 所以也可作为判别颤振发生的判据之一。因此采用  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_a^2$ 、 $\rho_1$  这三个数据作为网络的输入。与之对应, 取网络的输入层节点数为 3, 网络只有一个隐层、隐层节点数取 4, 输出层节点数为 1。输出节点的值定义为: 当磨削振动在正常范围内时, 认为磨削过程稳定, 其值为 0; 当磨削振动增大到即将发生颤振(临界状态或颤振初始), 输出值为 1。据此, 当网络输出接近或超过 1 时, 即可发出颤振预警, 提示磨削过程发生异常。这里, BP 网络实际上相当于一个模式识别器, 识别两种振动模式。

另外, 网络训练时的收敛误差取经验值 0.02, 这样既可保证精度又不致于学习时间太长; 而训练步长  $\eta$  采用可变步长:  $\eta = \eta_0 e^{-\alpha t}$ , 其中  $\alpha$  为系数,  $\eta_0$  为常数,  $t$  为训练次数, 这样可加快网络的收敛速度<sup>[101]</sup>。

将实验得到的振动加速度数据分成两组, 第一组 150 个为正常磨削时的值, 对应状态值为 0; 第二组 150 个为颤振初始时的值, 对应状态值为 1。对每组数据, 每 10 个求一次  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_a^2$ 、 $\rho_1$ , 信号时序  $\{x_i\}$  的一步自相关系数  $\rho_1$  为

$$\rho_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (x_t - \mu_x)(x_{t-1} - \mu_x)}{\sum_{t=2}^N (x_t - \mu_x)^2} \quad (5-8)$$

其方差为

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - \mu_x)^2 \quad (5-9)$$

而 AR(1)模型的残差方差为

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=2}^N [(x_t - \mu_x) - \rho_1(x_{t-1} - \mu_x)]^2 \quad (5-10)$$

这样每组可得 15 个特征量组合： $\{\sigma_x^2, \sigma_a^2, \rho_1$  状态值 $\}$ 。从各组任选 10 个组合共 20 个作为训练样本，其状态值即对应网络的期望输出。训练进行到 20 个样本分别输入到网络后，均能在  $\epsilon$  范围内得到对应状态值输出为止，网络就训练好了。剩余的 10 个数据组合可作为检验集对经过训练的网络进行检验，用以判断网络性能。

实现以上算法的程序分为三个部分：输入量的计算；网络的训练；网络的检验。程序流程如图 5-2 所示。应用检验集数据对网络进行检验的结果见表 5-1。为了避免  $\sigma_x^2, \sigma_a^2, \rho_1$  之间大小相差悬殊，表中列出的  $\sigma_x^2, \sigma_a^2, \rho_1$  是经过归一化处理后的值。这并不影响数据所代表的模式含义。从表 5-1 列出的结果可以看出，网络的工作性能是比较可靠的。

表 5-1 网络检验结果

| 序号 | $\rho_1$  | $\sigma_x^2$ | $\sigma_a^2$ | 期望输出 | 实际输出    | 误差           |
|----|-----------|--------------|--------------|------|---------|--------------|
| 1  | 0.065 28  | 0.813 89     | 0.540 03     | 1.0  | 0.989 1 | $< \epsilon$ |
| 2  | 0.058 92  | 0.776 86     | 0.642 55     | 1.0  | 1.015 3 | $< \epsilon$ |
| 3  | -0.262 09 | 0.728 84     | 0.626 36     | 0.0  | 0.028 2 | $> \epsilon$ |
| 4  | -0.928 98 | 0.341 01     | 0.142 55     | 0.0  | 0.014 7 | $< \epsilon$ |
| 5  | 0.063 60  | 0.829 40     | 0.509 77     | 1.0  | 0.998 4 | $< \epsilon$ |
| 6  | -0.881 72 | 0.426 86     | 0.237 22     | 0.0  | 0.014 0 | $< \epsilon$ |
| 7  | 0.051 12  | 0.790 10     | 0.620 01     | 1.0  | 0.996 5 | $< \epsilon$ |
| 8  | -0.746 08 | 0.359 49     | 0.360 10     | 0.0  | 0.012 6 | $< \epsilon$ |

续表 5-1

| 序号 | $\rho_1$  | $\sigma_x^2$ | $\sigma_u^2$ | 期望输出 | 实际输出    | 误差          |
|----|-----------|--------------|--------------|------|---------|-------------|
| 9  | -0.356 66 | 0.700 12     | 0.598 78     | 0.0  | 0.025 2 | $>\epsilon$ |
| 10 | 0.056 39  | 0.816 23     | 0.588 11     | 1.0  | 1.00 78 | $<\epsilon$ |

## 5.2 基于信号幅值域特征变化识别磨削颤振

对颤振的监测和预报,一般通过设定颤振某一特征量的警戒阈值来判定。但受各种因素影响,使得难以针对不同的加工条件设置合理的监测阈值,且由于颤振发展过程是在瞬间完成的,往往为采样和数据处理的时间所覆盖,因此难以实现对颤振发展过程的实时监控。下面通过对磨削振动信号幅值域概率密度函数发展变化过程的分析,采用径向基函数神经网络估测信号的概率密度,实现迅速对颤振信号发展的识别,进而对磨削颤振进行预报,从而使在加工过程中实时监视颤振的发展和在颤振充分发展前有效地抑制颤振成为可能。

### 5.2.1 颤振发展过程中信号幅域特征及数学描述

由磨削试验中实测的磨削过程由稳定状态向颤振状态转化的典型时域、频域、幅值域信号可见,在颤振发展过程中,振动信号的特征是:时域上振幅逐渐增大,频域上由宽带向窄带过渡,幅值域上概率密度由正态分布向盘形分布过渡。有关信号的时域、频域分析在第三章已经论及,下面就信号在幅值域上随颤振发展而变化的特征加以论述。

所测得的振动信号在稳定磨削状态可视为随机信号。根据统计分析原理,信号动态分量  $X_r$  应服从正态分布,其概率密度函数

$$P_r(X_r) = \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{X_r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (5-11)$$

当颤振孕育发生时,信号动态分量逐渐由随机信号向谐振波信号

转变<sup>[8]</sup>。这里,假设颤振时信号动态分量可描述为

$$X_s(t) = S \sin(\omega t + \varphi) \quad (5-12)$$

式中, $S$ 为信号动态分量的幅度; $\omega$ 为信号动态分量的角频率; $\varphi$ 为信号动态分量的初相位。

因为此谐振波信号的初相位 $\varphi$ 在这里是一随机信号,所以, $X_s$ 的概率密度函数为盘形分布,可表示为

$$P_s(F_s) = \begin{cases} [\pi \sqrt{2\sigma_s^2 - x^2}]^{-1} & (-S < x < S) \\ 0 & (|x| \geq S) \end{cases} \quad (5-13)$$

式中, $\sigma_s = S/\sqrt{2}$ ,是谐振波的标准方差。

正弦分布和正态分布的概率密度函数的图形如图 5-3 所示。

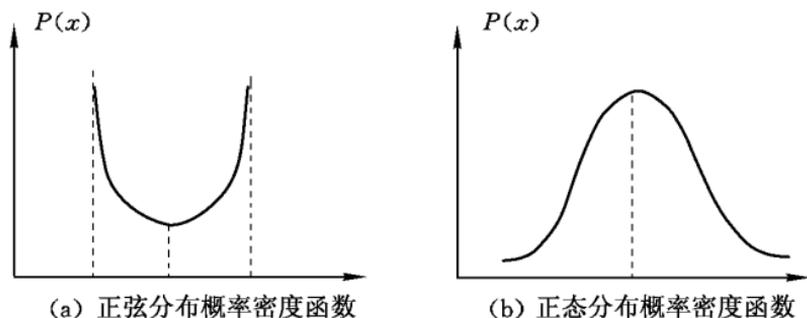


图 5-3 谐振波信号和随机信号的概率密度函数

正弦分布概率密度函数如同正态分布一样完全由其均值和方差决定,但是,在均值处正弦分布的概率密度达到最小值,在最大幅值处达到最大值。而正态分布概率密度函数在均值处达到最大值,在最大幅值处达到最小值。正弦分布信号和正态分布信号的差异明显。

实际加工中的动态信号在颤振的发展阶段可被认为是服从正态分布的随机信号和服从正弦分布的谐振波信号的叠加,可表示为

$$X(t) = X_r(t) + X_s(t) \quad (5-14)$$

式中,  $X_r(t)$  为随机信号;  $X_s(t)$  为谐振波信号, 它们相互独立。随着颤振的发展, 谐振波加强, 随机信号相对减弱。若两随机变量相互独立, 其联合概率密度为两随机变量概率密度的卷积。所以  $X(t)$  的概率密度函数可简单地表示为式(5-11)和式(5-13)的卷积。假设,  $X_r(t)$ 、 $X_s(t)$  的均值都为 0, 则  $X(t)$  的概率密度函数可表示为

$$P(x) = \frac{1}{\sigma_r \pi \sqrt{2\pi}} \int_0^\pi \exp\left[-\left(\frac{x - S \cos \varphi}{4\sigma_r}\right)^2\right] d\varphi \quad (5-15)$$

式中,  $\sigma_r$  为  $X_r(t)$  的标准方差;  $S$  和  $\varphi$  分别为  $X_s(t)$  的幅值和相位。

相对于不同的  $R = \sigma_s^2 / \sigma_r^2$ ,  $P(x)$  的图形见图 5-4。由图 5-4 可知, 随着谐振波幅值的增加, 信号概率密度函数是一个渐变的过程, 其趋势是均值处的概率密度逐渐缩小, 最大幅值处的概率密度逐渐增大, 这一特点可以用来识别颤振。实际颤振信号在幅值域的概率密度分布如图 5-5 所示。

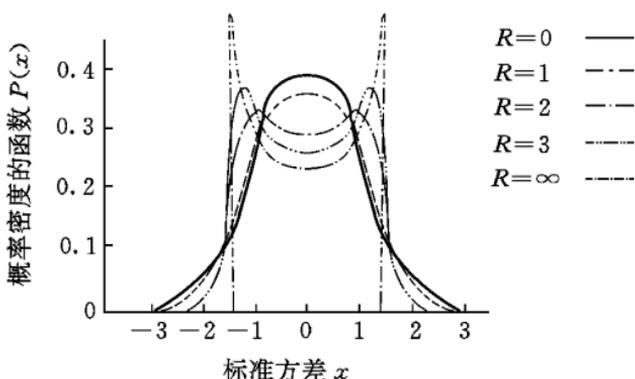


图 5-4 随机噪声中谐振波的概率密度

### 5.2.2 应用 RBF 网络估算概率密度

用于估算概率密度的方法很多, 当信号的概率分布类型已知时采用参数法, 当概率分布类型未知时采用非参数法。常用的是



图 5-5 颤振信号幅值域概率密度示意图

上述两种方法的混合,其基本思想<sup>[107]</sup>为

$$P(x) = \sum_{j=1}^M P(x | j)P(j) \quad (5-16)$$

$$\sum_{j=1}^M P(x | j) = 1 \quad (5-17)$$

$$0 \leq P(x | j) \leq 1 \quad (5-18)$$

式中, $P(x)$ 为信号的概率密度函数; $P(x|j)$ 为信号相对于以  $j$  为中心的局部范围内的概率函数; $P(j)$ 为  $P(x|j)$ 在整个信号概率密度函数中所占的比重。

神经网络可以有多种分类方法,在模式识别中主要应用神经网络的函数逼近功能,若从这个角度,可分为全局逼近和局部逼近神经网络。如果网络的一个或多个权值或自适应可调参数在输入空间的每一点对任何一个输出都有影响,则该网络为全局逼近网络,多层前馈网络(BP网络)是全局逼近网络的典型例子。对于每个输入输出数据对,网络的权值均需要调整,从而导致全局逼近网络学习速度很慢。若对输入空间的某个局部区域,只有少数几个权值影响网络的输出,则称该网络为局部逼近网络,径向基函数(RBF)网络是一种典型的局部逼近网络。BP网络用于函数逼近时权值的调整是用梯度下降法,存在局部极小和收敛速度慢的缺点,而RBF网络在逼近能力和学习速度方面均优于BP网络。

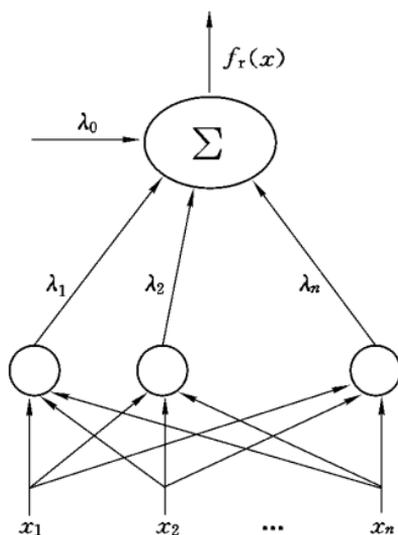


图 5-6 RBF 网络结构图

具有  $n$  个输入和一个输出的 RBF 网络结构如图 5-6 所示。此网络通过

$$f_r(x) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \Phi(\|x - c_i\|) \quad (5-19)$$

实现了  $R^n \rightarrow R$  的映射。

式中,  $x \in R^n$  为输入量;  $\Phi(\cdot)$  为非线性转化函数;  $\lambda_i$  ( $0 \leq i \leq m$ ) 为权值;  $c_i \in R^n$  ( $1 \leq i \leq m$ ) 为 BRF 中心;  $m$  为中心个数。

由图可知, RBF 网络由含有径向基神经元的隐层和含有线性神经元的输出层组成。隐层中每一个神经元中心和局部感受域决定了 RBF 的位置和宽度, 输出层神经元将隐层的 RBF 加权叠加, 只要选择足够的隐层神经元、适当的中心、局部感受域和权值, RBF 网络可以任意精度拟合任意函数。

在 RBF 中假设  $\Phi(\cdot)$  和  $c_i$  是固定的, 给定一组输入和相对应的期望输出, 可确定权值  $\lambda_i$ 。  $\Phi(\cdot)$  的选择对网络性能影响不大, 常用高斯函数。  $\Phi(\cdot)$  具有局部感受的特点, 即只在中心周围的

一部分区域反映较强,体现了大脑皮质层的反映特点。对网络性能影响较大的是中心  $c_i$  的选择,实际中心往往选择数据的子集,常采取随机地从数据点中选择中心的方法。在 RBF 网络学习算法中,正交最小二乘(Orthogonal Least Squares, OLS)学习算法<sup>[108]</sup>以其简单易行、精度高且运算速度快的特点而成为首选。

依据上述理论,采用径向基函数神经网络对采样信号进行概率密度的估算。

网络采用无监督学习,网络结构见图 5-7。网络输入  $R_i$  为采样序列,输出为  $R_i$  处的概率密度的估算值。网络结点的传递函数为高斯函数,概率密度的估计值由下式给出

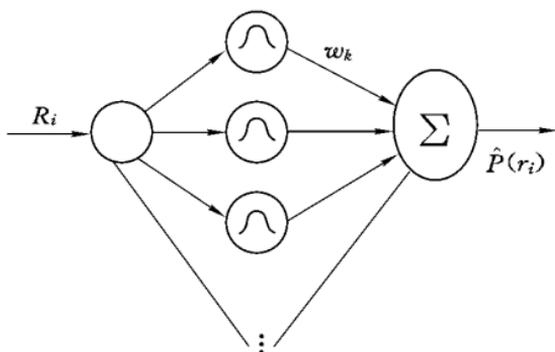


图 5-7 用于估算概率密度的 RBF 网络

$$\hat{P}(r_i) = \sum_{k=1}^N \omega_k \Phi_k(r_i) \quad (5-20)$$

其中,传递函数

$$\Phi_k(r_i) = \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r_i - c_k}{\sigma_k} \right)^2} \quad (5-21)$$

式中, $N$  为网络结点数; $\omega_k$ 、 $c_k$ 、 $\sigma_k$  分别为每个结点的权值、中心和标准差。

网络采用无监督学习,结点的权值、中心值和标准差随采样点的增加自适应地调整。学习时,始终满足  $\sum_{k=1}^N \omega_k = 1$ , 标准偏差取

相邻结点最短距离的一半。

### 5.2.3 磨削颤振的识别

首先构造判别准则如下

$$\frac{|X_{P_{\max}} - X_{av}|}{|X_{\max} - X_{av}|} \geq \rho \quad (5-22)$$

这里  $X_{P_{\max}}$  满足  $\hat{P}(X_{P_{\max}}) = \max(\hat{P}(x))$ ,  $X_{\max} = \max(X)$ ,  $X_{av}$  为  $X$  的均值, 其中  $X$  的选用采用动态刷新的办法, 只取前 50 个采样点进行判别。 $\rho$  的取值很重要,  $\rho$  取得过大, 当作出预报时振幅已较大, 则失去预报的快速性;  $\rho$  取得过小, 则可能造成误判。经实验  $\rho = 0.2$  较为合适。

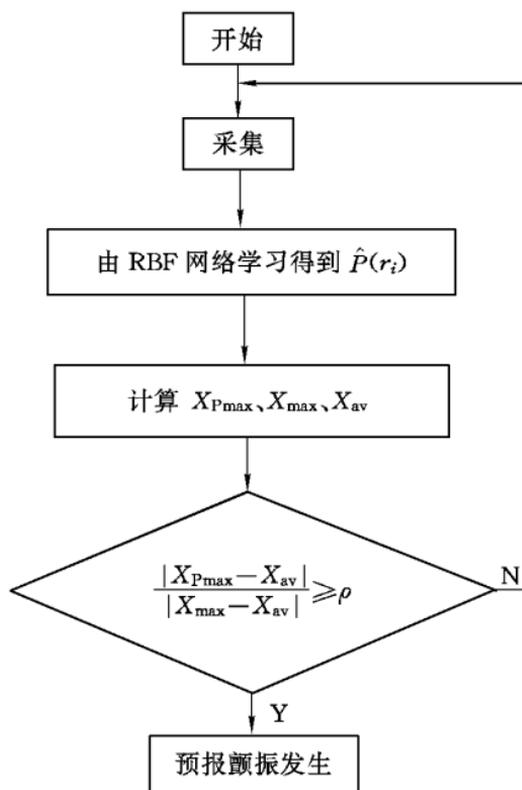


图 5-8 颤振判别流程图

判别流程如图 5-8 所示。

由于随机信号同谐振波信号的概率密度函数有明显的差异,所以判断结果有较高的准确性。同时它的识别速度也得到很大提高(RBF 网络估算单个采样点的概率密度函数所花的时间只有几分之一毫秒)。但是,RBF 网络的学习有一定的延迟,因为随机信号向谐振波信号过渡需要一定的样本进行学习。一般,RBF 网络学习可保证在几十毫秒内由随机信号过渡到谐振波信号的概率密度函数。

### 5.3 变速磨削抑制颤振的机理

磨削颤振的抑制可以从多方面进行考虑,其中变速磨削是诸多抑制磨削颤振的方法之一。所谓变速磨削,就是在磨削过程的某段时间内或整个过程中,人为地改变工件与砂轮的瞬时转速比或进给速度。下面就有关变速磨削抑制颤振的机理予以进一步研究。

#### 5.3.1 变进给速度抑制磨削颤振

自激振动的特征为:在外界输入为 0 时,系统仍能维持振动。所以在发生颤振时,由式(2-16)磨削闭环系统的传递函数应有如下特征方程

$$\frac{1}{k_m}G_m(s) = - \left( \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_g} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T_g s}} + \frac{1}{k_w} \frac{1}{1 - e^{-T_w s}} \right) \quad (5-23)$$

由于系统处于临界稳定的条件是  $s = j\omega$ ,代入上式的右边,得

$$\begin{aligned} -H(j\omega) &= \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_g} \cdot \frac{1}{1 - \cos \omega T_g + j \sin \omega T_g} + \\ &\quad \frac{1}{k_w} \frac{1}{1 - \cos \omega T_w + j \sin \omega T_w} \\ &= \frac{1}{k_c} + \frac{2}{k_g} \cdot \left( 1 - j \cot \frac{\omega T_g}{2} \right) + \frac{2}{k_w} \cdot \left( 1 - j \cot \frac{\omega T_w}{2} \right) \\ &= \frac{1}{k_c} + \frac{2}{k_g} + \frac{2}{k_w} - j \left( \frac{2}{k_g} \cot \frac{\omega T_g}{2} + \frac{2}{k_w} \cot \frac{\omega T_w}{2} \right) \quad (5-24) \end{aligned}$$

磨床在磨削过程中发生颤振, 颤振频率在敏感模态所对应的固有频率附近<sup>[72]</sup>。因此在分析中可将磨床系统视为单自由度系统。敏感模态的等效动力学参数设为  $m, k, c(\omega_n, k, \xi)$ , 则该磨床的频率响应函数近似处理成

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_m} G_m(j\omega) &= \frac{1}{k - m\omega^2 + j\omega c} \\ &= \frac{k - m\omega^2 - j\omega c}{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2} \end{aligned} \quad (5-25)$$

由于式(5-24)、式(5-25)分别为式(5-23)的右边和左边, 即式(5-24)等效于式(5-25), 故两式的实部和虚部应分别对应相等。所以有

$$\frac{k - m\omega^2}{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2} = - \left( \frac{1}{k_c} + \frac{2}{k_g} + \frac{2}{k_w} \right) \quad (5-26)$$

由于  $(k - m\omega^2) \gg (\omega c)^2$ , 则上式变为

$$\frac{1}{k - m\omega^2} = - \frac{1}{k_c} + \frac{2}{k_g} + \frac{2}{k_w} \quad (5-27)$$

所以

$$\omega = \sqrt{1 / \left( \frac{m}{k_c} + \frac{2m}{k_g} + \frac{2m}{k_w} \right) + \omega_n^2} \quad (5-28)$$

根据文献<sup>[111]</sup>,  $k_g = k_{g0} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a} \right)$ ,  $k_c = k_{c0} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a} \right)$  (其中,  $k_{g0}, k_{c0}, \varepsilon$  为有关常数;  $a$  为磨削厚度), 代入上式得

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\frac{m}{k_{c0} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a} \right)} + \frac{2m}{k_{g0} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{\Delta a}{a} \right)} + \frac{2m}{k_w}} + \omega_n^2} \quad (5-29)$$

由式(5-29)可知, 改变进给速度, 即改变  $\frac{\Delta a}{a}$ , 将改变发生颤振的临界频率。

在预报颤振发生后,可以通过改变进给速度抑制磨削颤振。不同的进给速度对应不同的发生颤振临界频率,如果反复改变进给速度,同时使变化时间间隔小于颤振成长时间,则可达到抑制颤振的目的。

### 5.3.2 变砂轮转速抑制磨削颤振

抑制磨削颤振主要考虑的应是如何抑制或延缓颤振的发展、提高磨削表面质量、延长砂轮的修整周期。采用颤振增长率参数作为磨削颤振发生发展全过程的评价指标符合磨削加工的实际情况。下面通过颤振增长率对变砂轮转速磨削抑制和延缓颤振机理进行理论研究。

由(2-16)式,可得砂轮再生颤振时磨削系统的特征方程为

$$-\frac{1}{k_g(1-e^{-T_g s})} = \frac{G_m(s)}{k_m} + \frac{1}{k_c} \quad (5-30)$$

式中,拉氏算子  $s = \sigma + j\omega$  (实部  $\sigma$  称为颤振增长系数)。

将颤振增长率  $\alpha$  定义为

$$\alpha = T_g \frac{\sigma}{2\pi} \quad (5-31)$$

将式(5-31)代入式(5-30),并整理得

$$-\frac{1}{1-e^{-2\pi\alpha}e^{-j\omega T_g}} = \frac{k_g}{k_m}G_m(s) + \frac{k_g}{k_c} = p(x+jy) + q \quad (5-32)$$

其中,  $p = k_g/k_m$ ,  $q = k_g/k_c$ ,  $G_m(s) = x + jy$ 。将式(5-32)分解成实虚部形式,并令等式两边实、虚部分别相等,进而解其联立方程得

$$\alpha = -\frac{1}{4\pi} \ln \left[ 1 + \frac{1 + 2(px + q)}{p^2 y^2 + (px + q)^2} \right] \quad (5-33)$$

式(5-33)为颤振增长率的求解公式。

颤振增长率的物理意义为:在假定磨削系统为单自由度振动系统的情况下,由振动理论可知,磨削振动的幅值仅与振动方程的拉氏算子的实部有关,即有

$$A(t) = A_0 e^{\alpha t} \quad (5-34)$$

其中,  $A(t)$  为  $t$  时刻的振幅;  $A_0$  为初始 ( $t=0$ ) 时刻的振幅。

由方程式(5-34)可以写出第  $n$  转 ( $t_n$  时刻) 磨削振幅为  $A_n = A_0 e^{\sigma t_n}$ 。同理, 第  $n+1$  转 ( $t_{n+1}$  时刻) 磨削振幅为  $A_{n+1} = A_0 e^{\sigma t_{n+1}}$ 。而相邻两转磨削时刻的关系为  $t_{n+1} - t_n = T_g$ , 相邻两转磨削振幅相除可得  $A_{n+1}/A_n = e^{\sigma(t_{n+1} - t_n)} = e^{2\pi\alpha}$ , 所以

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \ln(A_{n+1}/A_n) \quad (5-35)$$

由式(5-35)可知, 颤振增长率的物理意义就是单位弧度上砂轮相邻两转振幅的对数变化率。

当  $\alpha < 0$  时, 表明振幅衰减, 系统稳定。

当  $\alpha = 0$  时, 表明系统为稳幅振动, 系统处于临界状态。

当  $\alpha > 0$  时, 表明振幅逐渐增大, 系统处于不稳定状态。

所以颤振增长率是描述磨削过程从稳态到失稳全过程的重要评价参数。 $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) 越小, 表明振幅增长缓慢, 砂轮修整时间间隔就可以延长; 反之,  $\alpha$  越大, 振幅增长急剧, 就应缩短砂轮修整时间间隔。

抑振机理为: 不同的颤振频率所对应的颤振增长率大小不同<sup>[109]</sup>。在此我们关心的是最大颤振增长率, 因为在磨削过程中, 由于再生颤振的闭环反馈作用, 系统将在最大颤振增长率所对应的频率下发生颤振, 此时由于颤振增长率处于最大值, 故颤振振幅增长较快。而颤振频率随砂轮转速具有同步变化规律<sup>[47]</sup>, 所以变速磨削的实质就是通过连续改变砂轮转速, 不让磨削颤振始终处于最大颤振增长率对应的频率下振动, 从而保证变速磨削期间平均颤振增长率小于最大颤振增长率, 以达到抑制或延缓颤振增长的目的。

由颤振增长率定义式(5-35)可以得到如下递推公式

$$A_n = A_{n-1} e^{2\pi\alpha_n} \quad (5-36)$$

式中,  $\alpha_n$  为第  $n$  转磨削时对应的颤振增长率。由式(5-36)递推公

式进一步可得

$$A_n = A_0 e^{2\pi \sum_{i=1}^n \alpha_i} \quad (5-37)$$

恒速磨削时, 颤振将在最大颤振增长率  $\alpha_{\max}$  对应的频率下发生, 经过  $n$  次磨削后, 恒速磨削时颤振振幅  $(A_n)_H$  为:

$$(A_n)_H = A_0 e^{2\pi n \alpha_{\max}} \quad (5-38)$$

变砂轮转速磨削时, 由于变速使颤振频率发生连续变化, 导致颤振增长率连续变化, 但均小于  $\alpha_{\max}$ , 经过  $n$  转磨削后, 变速磨削时颤振振幅  $(A_n)_B$  为

$$(A_n)_B = A_0 e^{2\pi \sum_{i=1}^n \alpha_i} \quad (5-39)$$

显然有  $(A_n)_H > (A_n)_B$ , 即在相同的磨削时间下, 变速磨削时的颤振振幅小于恒速磨削时的颤振振幅, 变速磨削具有抑制和延缓颤振的效果。

### 5.3.3 变工件转速抑制磨削颤振

由磨削自激振动的再生效应理论可知, 磨削颤振的加大主要是由于工件或砂轮表面波纹引起的。就工件再生效应而言, 其作用的具体过程如下:

在磨削过程中, 工件在前一转切削时表面产生了波纹, 后一转时砂轮将在有波纹的表面上进行切削, 并在工件表面上形成新的波纹。前后两次波纹之间的相互关系有下列几种可能, 如图 5-9 所示。

(1) 如果自激振动的频率与工件转速成整数倍, 则前后两次波纹之间无相位差如图 5-9(a) 所示, 磨削深度就基本不变, 磨削力也基本不变, 即不产生动态磨削力。

(2) 如果自激振动的频率与工件转速不成整数倍, 它们的关系可用下式表示

$$\frac{60f}{n_w} = J + \epsilon \quad (5-40)$$

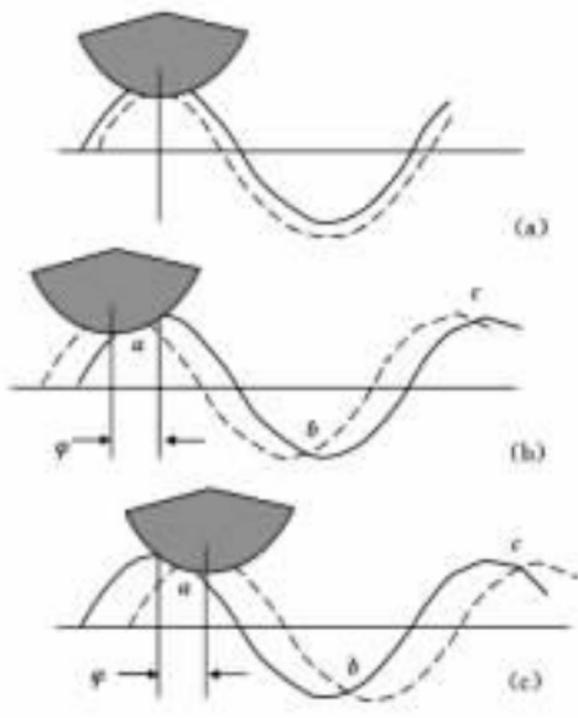


图 5-9 工件表面前后两次波纹的相互关系

其中,  $f$  为自激振动频率;  $J$  为工件表面波纹数中的整数部分;  $\epsilon$  为工件表面波纹数中的小数部分, 且  $-0.5 < \epsilon < 0.5$ 。

若  $\epsilon > 0$ , 如图 5-9(b) 所示, 第二次切削时在  $ab$  段, 砂轮作切入工件的运动。此时由于径向进给, 切削面积增大, 磨削力增大。在  $bc$  段, 砂轮作切离工件的运动, 切削面积减小, 磨削力也随之减小。

若  $\epsilon < 0$ , 如图 5-9(c) 所示, 第二次切削时, 在  $ab$  段, 砂轮切入工件时切削面积减小, 磨削力减小。在  $bc$  段, 砂轮切离工件时, 切削面积增大, 磨削力增大。

下面推导它们之间的数学关系。

设磨削时工件表面前一圈波纹为  $x_0 = X \cos \omega t$ , 后一圈波纹为  $x = X \cos(\omega t - \varphi)$ 。其中,  $\varphi$  为相位滞后角,  $-\pi < \varphi < \pi$ ,  $\varphi = 2\pi\epsilon$ 。

当  $-0.5 < \varepsilon < 0$  时  $-\pi < \varphi < 0$ ; 当  $0 < \varepsilon < 0.5$  时  $0 < \varphi < \pi$ 。前后两圈波纹之差, 即磨削厚度的动态分量为

$$da \approx \Delta x = x - x_0 = X [\cos(\omega t - \varphi) - \cos \omega t] \quad (5-41)$$

由磨削原理<sup>[84]</sup>可知, 法向磨削力为

$$F_r = C_F B \left( \frac{V_w}{V_g} \right)^\alpha a^\beta \quad (5-42)$$

其中,  $V_w$ 、 $V_g$  分别为工件与砂轮的速度;  $a$  为名义进给量, 在外圆切入磨削时即为每转径向磨削厚度;  $B$  为磨削宽度;  $C_F$  为常量。

一般认为磨削力变化主要是由于磨削厚度的变化所引起的。在假定  $V_w$ 、 $V_g$ 、 $B$  均为常数的前提下有

$$F_r = C a^\beta \quad (5-43)$$

动态法向磨削力为

$$dF_r = C\beta a^{\beta-1} da = C' da \quad (5-44)$$

其中,  $C' = C\beta a^{\beta-1}$  为常数。因一般磨削中  $a$  不变, 动态法向磨削力所做的功为

$$E = \int_0^{2\pi} dF_r dx = \int_0^{2\pi} C' X [\cos(\omega t - \varphi) - \cos \omega t] \times d(X \cos \omega t) = \pi C' X^2 \sin \varphi \quad (5-45)$$

此即磨削振动系统所获得的能量。

由分析结果可知, 当  $0 < \varphi < \pi$  时, 即后一圈磨削振纹滞后于前一圈振纹时, 动态磨削力做正功, 磨削系统输入能量, 在这种情况下, 再生效应起激发颤振、使振动加大的作用; 并且当  $\varphi = \pi/2$  时, 输入系统的能量最大, 这时对振动系统的影响最大。反之, 当  $-\pi < \varphi < 0$  时, 即后一圈磨削振纹超前于前一圈振纹时, 动态磨削力做负功, 磨削系统输出能量, 再生效应起抑制颤振的作用。我们把  $E > 0$  时  $\varphi$  的范围称为颤振激发区;  $E < 0$  时  $\varphi$  的范围称为颤振抑制区, 如图 5-10 所示。

在磨削过程中, 工件表面前一圈波纹的变化作为激励产生动

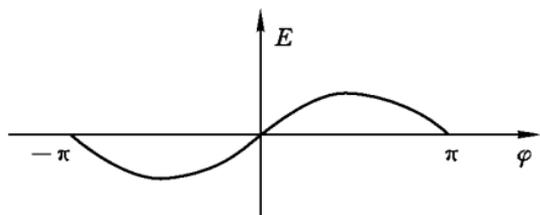


图 5-10 颤振中波纹相位差与能量的关系示意图

态磨削力,而这个力又作为激励在后次磨削时引起再生激振,产生了后一圈振纹的变化。由于正弦激励响应亦为正弦信号且相位一般滞后,故在切削过程中,后圈振纹总是滞后前圈振纹,因而总是处在  $0 < \varphi < \pi$  的范围之内,即总是处在颤振激发区,这样就使得颤振不断扩大。而变速磨削时由于人为地不断改变工件的转速,而工件表面的振纹相移  $\varphi$  也被人为地不断改变,这样就有可能使系统不断地离开颤振激发区,从而使颤振受到抑制。

在实际磨削中,颤振频率是在不断变化的,而颤振波形中一般也会含有多个频率分量,并不是单一的正弦波形式,故实际磨削过程的颤振激发区和抑制区并不是一层不变的。颤振频率的变化,使得在同一工件速度下,某一时刻  $\varphi$  处于颤振抑制区,过了片刻  $\varphi$  就处于激发区了。而多种频率分量更使得不同频率分量的颤振抑制区和激发区之间交叉存在。这样,实际问题的分析就复杂了。但是不论在哪种情况下,只要变速磨削时变速的幅度、频率适当,总可以使磨削系统在某一时间段内避开颤振激发区,得到比恒速磨削较好的效果。

#### 5.4 抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法

变速磨削,一方面由于要附加一些调速装置使得实现起来比较麻烦,另一方面变速磨削时有很大的电流通过驱动电机,实际使用时对供电线路、功率放大器、电动机的热载能力均有较高要求。

因此,有必要寻求更为方便、实用、有效的磨削颤振抑制方法。本部分在一系列磨削实验的基础上,提出抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法。

所采用的实验系统与 3.1 部分所述相同。正如前面各章节所述,影响磨削颤振的因素很多,如机床系统的刚度、砂轮及其特性、工件结构及其材质、磨削工艺参数等都会影响磨削颤振的产生和发展。这里将加工中不同的工件结构参数和可调的主要工艺参数作为试验中考虑的因素,通过正交试验和单因素试验,对抑制磨削颤振的效果进行试验研究,寻求一定的规律并针对加工对象合理匹配工艺条件,以降低和消除颤振对磨削加工质量的影响。

#### 5.4.1 正交试验设计与分析

将一定磨削深度( $a_r = 1.2 \text{ mm}$ )下的颤振时域信号均方根值  $x(mV)$  作为试验考察指标。由 2.4 部分的分析可知,速度比  $K_v = V_w/V_g = D_w n_w/D_g n_g$  对磨削力有重要影响,根据切入式磨削的特点,工艺参数进给速度  $V_f$ 、工件支撑刚度(以工件距头架顶尖的距离  $L$  表征)对磨削稳定性均有较大影响,故选定  $K_v$ 、 $V_f$  和  $L$  为试验因子,各取 3 个水平按  $L_9(3^4)$  正交表安排试验。为提高试验结果的可靠性,每次试验重复 5 次,试验考察指标取值为同条件下 5 次实验的平均值。表 5-2 为正交试验因素水平表;采用  $L_9(3^4)$  正交表的试验方案、试验结果及计算如表 5-3 所示。

表 5-2 因素水平表

| 水平 \ 因素 | A<br>$K_v$ | B<br>$V_f/\mu \cdot s^{-1}$ | C<br>$L/\text{mm}$ |
|---------|------------|-----------------------------|--------------------|
| 1       | 0.015 517  | 15                          | 220                |
| 2       | 0.009 483  | 10                          | 135                |
| 3       | 0.004 224  | 5                           | 50                 |

注: $K_v$  三个水平的获得条件为: $D_g n_g = 400 \times 1\ 450$ ;  $D_w n_w = 100 \times 90$ 、 $100 \times 55$ 、 $70 \times 35$ 。

表 5-3 试验方案、试验结果及计算表

| 因素<br>试验号                       | A       | B       | e       | C       | X<br>/mV                     |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|------------------------------|
| 1                               | 1       | 1       | 1       | 1       | 40.6                         |
| 2                               | 1       | 2       | 2       | 2       | 44.2                         |
| 3                               | 1       | 3       | 3       | 3       | 30.1                         |
| 4                               | 2       | 1       | 2       | 3       | 56.5                         |
| 5                               | 2       | 2       | 3       | 1       | 34.5                         |
| 6                               | 2       | 3       | 1       | 2       | 53.7                         |
| 7                               | 3       | 1       | 3       | 2       | 52.8                         |
| 8                               | 3       | 2       | 1       | 3       | 43.8                         |
| 9                               | 3       | 3       | 2       | 1       | 27.3                         |
| $T_1$                           | 114.9   | 149.9   | 138.1   | 102.4   | $T = \sum X_i = 383.5$       |
| $T_2$                           | 144.7   | 122.5   | 128.0   | 150.7   |                              |
| $T_3$                           | 123.9   | 111.1   | 117.4   | 130.4   |                              |
| $t_1 = T_1/3$                   | 38.3    | 50.0    | 46.0    | 34.1    | $T^2/n = 16\ 341$            |
| $t_2 = T_2/3$                   | 48.2    | 40.8    | 42.7    | 50.2    |                              |
| $t_3 = T_3/3$                   | 41.3    | 37.0    | 39.1    | 43.5    |                              |
| R                               | 9.9     | 13      | 6.9     | 16.1    | $Q_T = \sum X_i^2 = 17\ 226$ |
| $Q = (T_1^2 + T_2^2 + T_3^2)/3$ | 16\ 542 | 16\ 650 | 16\ 372 | 16\ 702 |                              |
| $S = Q - T^2/n$                 | 201     | 309     | 31      | 361     | $S_T = Q_T - T^2/n = 885$    |

正交试验结果分析一般分为两种方法：一种是直观分析法（或称极差分析法），另一种是方差分析法（又称统计分析法）。前者简单实用，后者分析精度高。

利用表 5-3 的计算结果，以因素水平为横坐标，以同水平下指标的平均值为纵坐标，可以绘出因素与指标的关系趋势如图 5-11 所示。

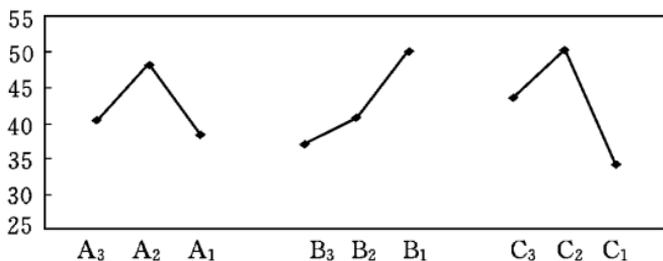


图 5-11 因素水平与试验指标关系直观图

通过表 5-3 和图 5-11 对试验结果进行直观分析,从中可以看出:

(1) 最优的水平组合为  $A_1B_3C_1$ ,即以大的速度比  $K_v$ 、小的切入速度  $V_f$ 、将工件安装在靠近尾座顶尖附近,对抑制颤振有利。

(2) 比较小的和比较大的速度比  $K_v$  对抑制颤振均是有利的,即存在使颤振增大的  $K_v$ ,也即当砂轮的直径和转速一定时,一定的工件直径和转速组合会导致颤振增大。

(3) 随着切入速度的增加,颤振呈非线性增长。

(4) 工件的安装位置在芯棒的中部时会导致颤振增大;靠近头架或尾座处对抑制颤振有利,且靠近尾座更加有利,说明低的扭转刚度更有利于抑制颤振。

表 5-4 为正交试验的方差分析表。从中可知各因素对试验指标(颤振)影响的显著性及各因素的主次顺序。

#### 5.4.2 单因素试验与分析

从正交试验结果分析中得出了速度比、切入速度和工件安装位置三个因素对颤振的不同影响及显著性。为更深入地研究切入速度对颤振的影响规律,作者还专门选择切入速度进行了单因素试验,进而建立了相应的数学模型。

表 5-4 方差分析表

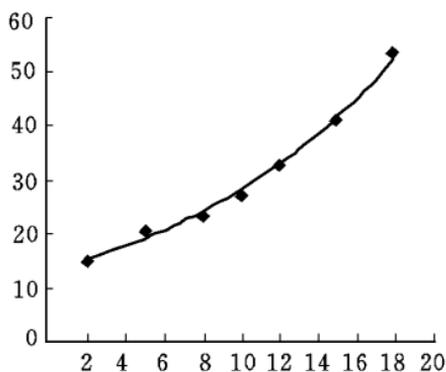
| 方差来源 | 偏差平方和<br>$S$ | 自由度<br>$f$ | 平均偏差<br>平方和 $V$ | $F$ 值 | 显著性                   |
|------|--------------|------------|-----------------|-------|-----------------------|
| $A$  | 201          | 2          | 100.5           | 6.48  | 有影响<br>影响较显著<br>影响较显著 |
| $B$  | 309          | 2          | 154.5           | 9.97  |                       |
| $C$  | 361          | 2          | 180.5           | 11.65 |                       |
| $e$  | 31           | 2          | 15.5            |       |                       |
| $T$  | 885          | 8          |                 |       |                       |

注:  $F_{0.25}(2,2)=3, F_{0.1}(2,2)=9, F_{0.05}(2,2)=19, F_{0.01}(2,2)=99$ 。

单因素试验是在正交试验的基础上进行的。选定试验条件为  $A_1, C_1$  和可变动的因素  $B$ , 即取速度比  $K_v=0.015\ 517 (D_w n_w = 100 \times 90)$ , 工件安装在靠尾座处 ( $L=220\ \text{mm}$ ) 作为固定参量, 切入速度  $V_f$  作为可变动的参量。确定切入速度 ( $\mu/\text{s}$ ) 分别为 2、5、8、10、12、15、18 七种, 其中切入速度为 15 ( $\mu/\text{s}$ ) 的试验, 即  $A_1 B_1 C_1$  已经在正交实验中取得结果 (40.6 mV)。实验结果见表 5-5, 相应  $V_f-x$  的关系散点图如图 5-12 所示。

表 5-5 单因素试验结果与回归计算表

| $V_f$<br>$/\mu \cdot \text{s}^{-1}$ | $X$<br>$/\text{mV}$ | $f(V_f)=0.15(V_f-2)^2+14.7$ | $g(V_f)=22.8 \times 1.085\ 9V_f^{-8}$ |
|-------------------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| 2                                   | 14.7                | 14.7                        | 13.905 8                              |
| 5                                   | 20.4                | 16.05                       | 17.805 96                             |
| 8                                   | 22.8                | 20.1                        | 22.8                                  |
| 10                                  | 26.5                | 24.3                        | 26.885 28                             |
| 12                                  | 32.2                | 29.7                        | 31.702 55                             |
| 15                                  | 40.6                | 40.06                       | 40.594 17                             |
| 18                                  | 53.1                | 53.1                        | 51.979 63                             |
| 残差平方和                               |                     | 37.605                      | 9.010 974                             |

图 5-12  $V_f-x$  关系图

观察图 5-12 散点图可以发现,  $V_f-x$  的关系为非线性关系。下面分别用二次函数模型和指数模型对试验数据进行拟合。

(1) 可以证明<sup>[119]</sup>, 过最低点  $(x_1, y_1)$  和另一点  $(x_2, y_2)$  的抛物线方程为

$$y = f(x) = \frac{y_2 - y_1}{(x_2 - x_1)^2} (x - x_1)^2 + y_1$$

将试验数据中的两点  $(2, 14.7)$  和  $(18, 53.1)$  使用上式进行拟合, 得

$$f(V_f) = 0.15(V_f - 2)^2 + 14.7 \quad (5-46)$$

(2) 可以证明<sup>[119]</sup>, 过任意两点  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$  的指数函数为  $y = g(x) = a \cdot b^x = y_1 \left( \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{y_2/y_1}} \right)^{x - x_1}$ 。将试验数据中的两点  $(8, 22.8)$  和  $(15, 40.6)$  使用上式进行拟合得

$$g(V_f) = 22.8 \times 1.0859^{V_f - 8} \quad (5-47)$$

通过计算、比较两个拟合函数的残差平方和(表 5-5)可知, 指数模型较为理想, 即可以认为颤振幅值随切入速度近似地服从式(5-47)以指数规律增加。

### 5.4.3 工艺条件的适配

磨削过程中影响磨削颤振产生和发展的因素主要有: 机床系统的刚度; 砂轮及其特性; 工件结构及其材质; 磨削工艺参数。

所谓工艺条件的适配,就是在磨削加工时,根据工件的材质、结构,合理确定所用砂轮的特性及磨削工艺参数,以保证在一定生产率条件下防止磨削颤振的发生,提高磨削表面质量。有关砂轮特性(主要指硬度)及工件材质性能(主要指强度、硬度)对磨削过程稳定性的影响,理论和实践均证明<sup>[44,45]</sup>;砂轮硬度和工件材质硬度越高,越容易发生颤振。综合本书 5.4.1 部分试验分析,提出外圆切入磨削抑制颤振的工艺条件适配原则如下:

(1) 砂轮特性与工件材质性能的适配:磨削较硬工件时选择较软砂轮;磨削较软工件时选择较硬砂轮。

(2) 工件转速与磨削直径的适配:适配工件转速( $n_w$ )与磨削直径( $D_w$ ),使得  $D_w \cdot n_w$  的值避开因其匹配不当而产生的颤振峰点。由于在一定的切入速度  $V_f$  下,当  $n_w$  增大时可使每转切入量  $f_r$  减小,更有利于抑制颤振,所以当磨削直径  $D_w$  一定时应首先考虑采用较大的工件转速  $n_w$ 。

(3) 关于磨削轴向位置:当工件由双顶尖支承时,在工件结构可能的情况下,应使磨削位置处于靠近尾座。

(4) 关于切入速度:切入速度( $V_f$ )既是影响磨削颤振的主要因素,又是磨削生产率的决定因素。为防止颤振发生以提高磨削表面质量,同时保证一定的生产率,应在其他工艺条件适配的前提下,尽可能适当提高切入速度。也就是说,降低切入速度不是抑制磨削颤振的首选因素。

按适配的磨削工艺条件进行磨削与没有按适配的磨削工艺条件进行磨削所得到的磨削表面形貌分别如图 5-13(a)、(b)所示。两者切入速度均为  $V_f = 10 \mu/s$ ,即保证生产率一定。比较两图可见,工艺条件适配法可以有效地抑制磨削颤振、提高加工质量。

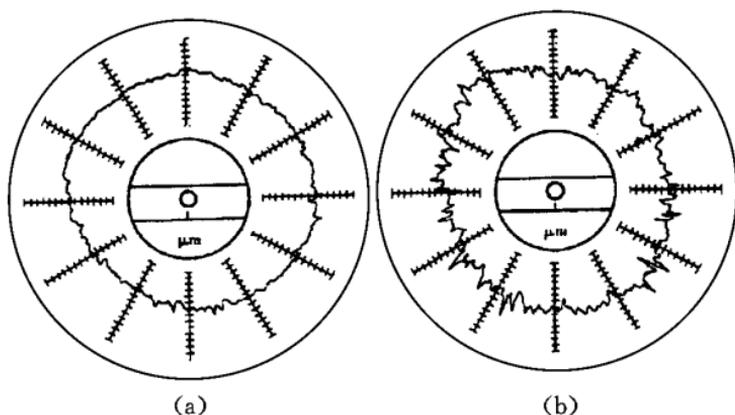


图 5-13 适配工艺条件下与非适配工艺条件下磨削表面形貌

(a) 适配工艺条件:

工件:45 钢,淬火 HRC45~50;砂轮:P400×50×127WA60L5V35

$D_w = \varphi 100 \text{ mm}; L = 200 \text{ mm}; n_w = 55 \text{ r/min}; n_g = 1450 \text{ r/min}$

(b) 非适配工艺条件:

工件:45 钢,淬火 HRC45~50;砂轮:P400×50×127WA60Q5V35

$D_w = \varphi 100 \text{ mm}; L = 100 \text{ mm}; n_w = 35 \text{ r/min}; n_g = 1450 \text{ r/min}$

## 5.5 本章小结

本章研究了利用神经网络对磨削颤振进行监测与识别;深入分析了变速磨削抑制磨削颤振的机理;提出了抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法。

(1) 选择振动加速度作为监控参数,对磨削过程中的振动进行监测和预报。采用含有一个隐层的 3 层 BP 神经网络模型,以信号时间序列的  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_a^2$ 、 $\rho_1$  三个数据作为网络的输入,网络具有一个输出,并定义为:当磨削振动在正常范围内时,认为磨削过程稳定,其值为 0;当磨削振动增大到即将发生颤振(临界状态或颤振初始),输出值为 1。此时 BP 网络实际上相当于一个模式识别器,以识别磨削过程是否稳定。对训练后的网络进行检验,结果表明

其工作性能是比较可靠的。

(2) 通过对磨削振动信号幅值域概率密度函数变化过程的分析,证明在颤振产生和发展过程中,概率密度由正态分布(白噪声)向盘形(谐振波)过渡。采用径向基函数(RBF)神经网络估测信号的概率密度,实现迅速对颤振信号发展的识别,进而对磨削颤振进行预报。RBF网络是一种典型的局部逼近网络,在逼近能力和学习速度方面均优于BP网络。网络采用无监督学习,输入 $R_i$ 为采样序列,输出为 $R_i$ 处的概率密度的估算值,网络结点的传递函数为高斯函数。基于RBF网络的学习,根据式(5-22)判别准则,进一步完成对磨削颤振的识别。由于随机信号同谐振波信号的概率密度函数有明显的差异,所以判断结果有较高的准确性。

(3) 就有关变速磨削抑制颤振的机理分别从三方面进行了深入的研究:

基于对磨削闭环系统传递函数特征方程的分析,指出:不同的进给速度对应不同的颤振临界频率,磨削时如果反复改变进给速度,同时使变化时间间隔小于颤振成长时间,则可达到抑制颤振的目的。

基于对仅考虑砂轮再生颤振时磨削系统的特征方程的分析,定义颤振增长率为 $\alpha = T_g(\sigma/2\pi)$ ,讨论了其物理意义,就是单位弧度上砂轮相邻两转振幅的对数变化率。利用这一参数对砂轮变速磨削以抑制和延缓颤振机理进行了理论研究:系统将在最大颤振增长率所对应的频率下发生颤振,而颤振频率随砂轮转速具有同步变化规律。变速磨削的实质就是通过连续改变砂轮转速,不让磨削颤振始终处于最大颤振增长率对应的频率下振动,以达到抑制或延缓颤振增长的目的。

基于工件再生效应,分析了工件表面磨削前后两圈波纹的相互关系:当后一圈磨削振纹滞后于前一圈振纹时,动态磨削力做正功,磨削系统输入能量,再生效应起激发颤振的作用;反之,后一圈

磨削振纹超前于前一圈振纹时,动态磨削力做负功,磨削系统输出能量,再生效应起抑制颤振的作用。在磨削过程中,工件表面前一圈波纹的变化将作为激励产生动态磨削力,而这个力又作为激励在后次磨削时引起再生激振,产生了后一圈振纹的变化。正弦激励的响应亦为正弦信号且相位一般滞后,故后一圈磨削振纹一般滞后于前一圈振纹,即一般处在颤振激发区。磨削时不断改变工件转速,使工件表面振纹相移 $\varphi$ 也不断地改变,就可能使系统不断地离开颤振激发区,从而使颤振受到抑制。

(4) 基于一系列磨削试验(正交试验、单因素试验),提出了抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法;得出了切入速度对颤振的影响规律方程,即颤振幅值随切入速度近似地以指数规律增大。通过实验验证了工艺条件适配法抑制磨削颤振的有效性。

## 6 基于 EST 的磨削表面圆度、圆柱度误差研究

### 6.1 引言

轴类零件是机械工程中应用最广泛的零件之一,其形状误差对产品的装配质量与使用性能有很大影响。圆度、圆柱度是评定轴类零件形状精度的重要指标。圆度误差是指回转体的同一正截面上实际被测轮廓对其理想圆的变动量。机械零件回转表面正截面轮廓的圆度误差对机器和仪器的功能具有直接影响,因此在设计机器和仪器时,根据零件的功能要求,要给以适宜的公差。而加工后零件的圆度误差是否被控制在给定的公差范围之内,需要通过测量加以判定。因此,对回转体零件的重要截面进行圆度误差测量是检验该类零件加工质量的重要指标之一。数十年来,国内外许多专家学者一直致力于此方面的研究,但距问题的完满解决仍有一定的差距。

目前,圆度误差的精密测量多采用圆度仪。但圆度仪价格昂贵、对操作环境条件要求严格,通常仅限于计量室中使用,不能用于车间现场;同时,圆度仪作为一种高精度的仪器,频繁地用于一般零件的测量也不经济;此外,圆度仪由于其规格所限,只能用于中小型零件的圆度误差的测量,这也使圆度仪的使用受到一定限制。对于中小型精密零件的测量,坐标测量机也是一种精确有效的测量手段。测量时,在被测截面圆轮廓上选定若干测点,一一测出它们的坐标,然后进行数据处理,求解圆度误差值。对大型、长轴类零件也存在难于安装的问题。因此,在生产实际中通常采用一些近似的方法,如 V 形块法等。V 形块法设备简单,测量方便,

但存在测量原理误差,使得测量结果很不可靠,甚至和真实误差值相差很大,因此测量精度很低。综上所述,对圆度误差的精密检测技术的研究、开发和应用具有重要意义。

误差分离技术(EST)是现代误差理论与计算机相结合的产物。应用误差分离技术测量圆度误差,可将被测轮廓的圆度误差部分同基准件的回转误差部分分离开来,以求得准确的圆度误差值和主轴回转误差值。一般误差分离技术可以解决两方面的问题:用于量仪(如圆度仪)上可以在不提高量仪原有精度的前提下大幅度提高测量精度;用于在位测量(或称临床测量)可以在保证较高测量精度的前提下显著降低对主轴回转精度的要求,另外在加工中测量还可以对加工设备进行精度诊断。一般地,当多路信号作非同时依次拾取时称为多步法,适于作静态或离线测量,多用于精密量仪和加工后的误差分离;当多路信号作同时拾取时称为一次定位的多测头法(或称多点法),此法用于在位测量或加工过程中的误差分离。本章就多点法(主要是三点法)误差分离技术用于圆柱体磨削表面的圆度误差临床检测,从理论到实践做进一步的深入研究。

## 6.2 三点法圆度误差分离原理

在多点法圆度误差分离技术中,最具代表性的是由日本学者大园最早提出的三点法圆度误差分离技术,后来发展的其他多点法(如四点法、两点法等)都可以看成是三点法的演化或近似。三点法误差分离技术的原理如图 6-1 所示。

三个传感器  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别安装在工件圆周的不同位置(安装角分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ ),三传感器的轴线交于坐标原点  $O$ 。取工件轮廓曲线的最小二乘心  $O_1$  为极心,极角  $\theta = \omega t$ 。设工件圆度误差为  $r(\theta)$ ,主轴回转误差在  $X$ 、 $Y$  方向上的分量分别为  $\delta_X(\theta)$  和  $\delta_Y(\theta)$ 。于是各传感器的输出  $A(\theta)$ 、 $B(\theta)$  和  $C(\theta)$  分别为

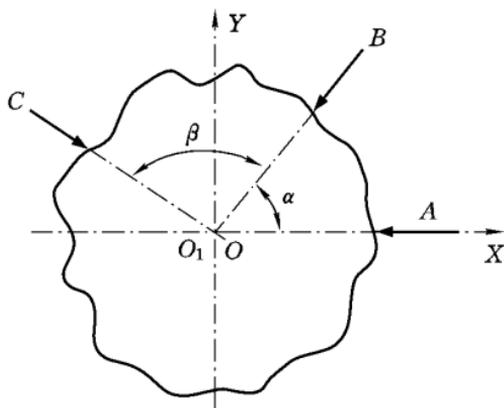


图 6-1 三点法圆度误差分离原理

$$A(\theta) = r(\theta) + \delta_X(\theta) \quad (6-1)$$

$$B(\theta) = r(\theta + \alpha) + \delta_X(\theta) \cos \alpha + \delta_Y(\theta) \sin \alpha \quad (6-2)$$

$$C(\theta) = r(\theta + \alpha + \beta) + \delta_X(\theta) \cos(\alpha + \beta) + \delta_Y(\theta) \sin(\alpha + \beta) \quad (6-3)$$

对式(6-1)~式(6-3)分别乘以不等权系数 1、 $b$  和  $c$ , 然后相加消去  $\delta_X(\theta)$  和  $\delta_Y(\theta)$  得到三点法圆度误差分离的基本方程

$$\begin{aligned} S(\theta) &= A(\theta) + b \cdot B(\theta) + c \cdot C(\theta) \\ &= r(\theta) + b \cdot r(\theta + \alpha) + c \cdot r(\theta + \alpha + \beta) \end{aligned} \quad (6-4)$$

式中,  $b = -\sin(\alpha + \beta) / \sin \beta$ ;  $c = \sin \alpha / \sin \beta$ ;  $S(\theta)$  称为组合信号。

记  $\theta = (2\pi/N)k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ );  $p, q$  为整数, 且  $p = (N/2\pi)\alpha$ ,  $q = (N/2\pi)\beta$ ;  $N$  为圆周均布的采样点数。

将式(6-4)离散化, 得

$$S(k) = r(k) + br(k + p) + cr(k + p + q) \quad (6-5)$$

对式(6-5)进行离散傅立叶变换(DFT), 得

$$S(n) = R(n)W(n) \quad (6-6)$$

式中,  $W(n)$  称为权函数,  $W(n) = 1 + be^{jn\alpha} + ce^{jn\beta} = 1 + be^{j2\pi pn/N} + ce^{j2\pi(p+q)n/N}$ 。

当  $W(n) \neq 0$  时,有

$$R(n) = S(n)/W(n) \quad (6-7)$$

对式(6-7)进行离散傅利叶逆变换(IDFT),即可求得圆度误差序列  $r(k)$

$$r(k) = \sum_{n=0}^{N-1} R(n) e^{j(\frac{2\pi}{N}n)k} \quad (6-8)$$

代入式(6-1)、式(6-2)求得主轴回转误差运动分量  $\delta_x(k)$  和  $\delta_y(k)$

$$\delta_x(k) = A(k) - r(k) \quad (6-9)$$

$$\delta_y(k) = [B(k) - r(k+p) - \delta_x(k) \cos \alpha] / \sin \alpha \quad (6-10)$$

从而完成工件形状误差和机床运动误差的分离。

三点法圆度误差分离过程可以用下面的一般形式表述<sup>[66,67]</sup>:

设  $r(i)$  为被测零件在采样点  $i$  处的圆度形状误差;  $p_0$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  分别为 0、1、2 号传感器测量轴线和坐标轴  $OX$  的间隔;  $N$  为每周的采样点数。三个传感器的输出方程可表示为

$$Y = Ae \quad (6-11)$$

式中

$$Y = [Y_0(i), Y_1(i), Y_2(i)]^T \quad (6-12)$$

为测量传感器 0、1、2 输出  $Y_0(i)$ 、 $Y_1(i)$ 、 $Y_2(i)$  构成的列向量;

$$e = [r(i-p_0), r(i-p_1), r(i-p_2), \delta_x(i), \delta_y(i)]^T \quad (6-13)$$

为被测零件经延时  $p_0$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  后圆度形状误差和回转运动误差构成的列向量;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cos(2\pi p_0/N) & \sin(2\pi p_0/N) \\ 0 & 1 & 0 & \cos(2\pi p_1/N) & \sin(2\pi p_1/N) \\ 0 & 0 & 1 & \cos(2\pi p_2/N) & \sin(2\pi p_2/N) \end{bmatrix} \quad (6-14)$$

为测量传感器的输出系数矩阵。

以权值系数行向量

$$C = (c_0 \quad c_1 \quad c_2) \quad (6-15)$$

左乘矩阵方程式(6-11)并展开、整理,得

$$Y_n(i) = CY = c_0 r(i - p_0) + c_1 r(i - p_1) + c_2 r(i - p_2) + [c_0 \cos(2\pi p_0/N) + c_1 \cos(2\pi p_1/N) + c_2 \cos(2\pi p_2/N)] \delta_X(i) + [c_0 \sin(2\pi p_0/N) + c_1 \sin(2\pi p_1/N) + c_2 \sin(2\pi p_2/N)] \delta_Y(i) \quad (6-16)$$

若取权值系数向量为如下形式

$$\begin{cases} c_0 = 1 \\ c_1 = -\sin[2\pi(p_2 - p_0)/N] / \sin[2\pi(p_2 - p_1)/N] \\ c_2 = \sin[2\pi(p_1 - p_0)/N] / \sin[2\pi(p_2 - p_1)/N] \end{cases} \quad (6-17)$$

代入式(6-16)可消去  $\delta_X(i)$ 、 $\delta_Y(i)$  得

$$Y_n(i) = r(i - p_0) + c_1 r(i - p_1) + c_2 r(i - p_2) \quad (6-18)$$

对上式进行离散傅氏变换并应用其时延相移性质,可以解出被测零件圆度误差的频域表达式

$$R(l) = Y_n(l)/G(l) \quad (6-19)$$

式中

$$G(l) = C\Omega \quad (6-20)$$

称为误差分离权函数,  $\Omega$  为相移旋转因子

$$\Omega = [e^{j2\pi lp_0/N}, e^{j2\pi lp_1/N}, e^{j2\pi lp_2/N}]^T \quad (6-21)$$

式(6-19)即为三点法圆度误差分离的基本方程。对于任意的谐波次数  $l$ , 如果其权函数  $G(l) \neq 0$ , 则圆度形状误差在该阶谐波上的分量均可由式(6-19)给出。对该式作逆傅氏变换则可得到被测零件的圆度形状误差  $r(i)$ , 将其代回矩阵方程式(6-11)可解得主轴回转误差运动分量  $\delta_X(i)$  和  $\delta_Y(i)$ 。

容易证明, 当谐波次数  $l=1$  时, 权函数  $G(1) \equiv 0$ , 这说明三点法圆度分离必然产生一阶谐波抑制。一般情况下一阶谐波分量是由被测工件的安装偏心造成的, 不影响圆度形状误差的评定, 但会使得分离出的回转轴的回转误差运动中包含了由于安装偏心引入

的误差,从而使回转误差运动的分离精度降低。

### 6.3 影响分离精度的因素及提高分离精度的措施

在实际测量过程中,测量装置结构参数选择不当将引起圆度误差分离结果的谐波抑制而导致分离结果失真;测量过程中的噪声和随机干扰同样也会引起圆度形状误差分离结果的失真;另外,传感器的安装位置误差、传感器的灵敏度标定误差等都会影响圆度误差的测量和分离精度。为保证测量及分离结果的准确可靠,有必要深入探讨引起圆度误差分离结果失真的原因,提出提高分离精度的措施。

#### 6.3.1 圆度误差分离谐波抑制及其消除

引起圆度误差测量和分离结果失真的重要原因之一是圆度误差分离技术中的谐波抑制。由前述三点法圆度误差分离原理的分析可知,当权函数  $G(l)=0$  时,圆度形状误差的第  $l$  阶谐波分量难以用误差分离的办法得出而强置该阶谐波分量为零,这必然引起圆度误差测量和分离结果的严重失真。

可以证明<sup>[125]</sup>,只要选取适当的  $p_1、p_2$  (设  $p_0=0$ ) 使  $p_1、p_2、N$  的最大公因数  $f=1$  (即它们两两互质),总可以使除  $l=1$  以外的所有  $G(l) \neq 0$  成立,从而避免谐波抑制的发生。如前所述,一阶谐波分量被抑制并不影响圆度误差的测量和评定。另外,利用这一特性可检验测量数据是否有效。由式(6-19)可知,由于  $G(1) \equiv 0$ ,必有加权组合信号的一阶谐波分量  $Y_n(1)=0$ 。若测量信号中含有使  $Y_n(1) \neq 0$  的成分,可以肯定测量信号中混入了较大的噪声,有理由断定该次测量数据是无效的。需要说明的是,这种检验只是必要的,而不是充分的。实际测量时,测量数据中总是有噪声存在的,因此加权组合信号的一阶谐波分量  $Y_n(1)$  不可能精确为零。一般使用其一阶分量的模小于某一给定值  $\epsilon$  (例如取测量仪器量程的 3%~5%) 来检验测量数据是否有效,如下式。

$$|Y_n(l)| < \epsilon \quad (6-22)$$

### 6.3.2 圆度误差分离的幅值传递

上面讨论了圆度误差分离技术中的谐波抑制现象,解释了圆度误差分离的权函数存在零点是造成圆度误差分离谐波抑制的根本原因。理论上只要保证除谐波阶次  $l=1$  外权函数不再有零点,圆度误差分离结果将是精确的。实际上测量过程中存在有噪声,权函数  $G(l)$  的取值大小决定了噪声对分离结果的影响程度。由于权函数  $G(l)$  在不同谐波分量上的取值不同,测量系统的噪声对各阶谐波分量的影响也不同。这是因为权函数  $G(l)$  的取值决定了组合信号  $Y_n(l)$  中的随机误差传递到分离结果  $R(l)$  中的传递率的大小。由式(6-19)可知,若  $Y_n(l)$  中含有随机误差  $\Delta(l)$ ,则由  $\Delta(l)$  引起的分离结果  $R(l)$  的误差为  $\Delta(l)/R(l)$ 。当  $|R(l)| > 1$  时误差  $\Delta(l)$  被衰减,反之则被增大。这里用幅值传递率来衡量圆度误差分离结果和测量信号之间的相关程度。

将(6-19)式写成如下形式

$$R(l) = Y_n(l)/G(l) = Y_n(l) \frac{\alpha(l) - j\beta(l)}{\alpha^2(l) + \beta^2(l)} = Y_n(l)W(l)e^{j\varphi(l)} \quad (6-23)$$

式中,  $\alpha(l)$ 、 $\beta(l)$  分别为权函数  $G(l)$  的实部和虚部;

$$W(l) = 1/\sqrt{\alpha^2(l) + \beta^2(l)} \quad (6-24)$$

$$\varphi(l) = \tan^{-1}[\beta(l)/\alpha(l)] \quad (6-25)$$

式(6-24)表明了组合信号  $Y_n(l)$  和圆度形状误差  $R(l)$  之间的比例关系,所以称  $W(l)$  为圆度误差分离的幅值传递率。 $W(l)$  越大,该阶圆度误差谐波分量中引入的噪声也越大,也就是该阶圆度误差谐波分量分离时的信噪比越低。与权函数  $G(l)$  一样,幅值传递率  $W(l)$  的取值随传感器安装间隔的变化而变化。对于任一确定的测量传感器安装间隔及每周测量采样点数, $W(l)$  的取值也就随之确定。

## 6.3.3 圆度误差分离的灵敏度分析

设组合信号的第  $l$  阶谐波分量可以写成  $Y_n(l) = C(l) + jD(l)$ , 则式(6-23)变为

$$\begin{aligned} R(l) &= [C(l) + jD(l)][\alpha(l) - j\beta(l)]W^2(l) \\ &= [A(l) + jB(l)]W^2(l) \end{aligned} \quad (6-26)$$

式中

$$\begin{cases} A(l) = C(l)\alpha(l) + D(l)\beta(l) \\ B(l) = D(l)\alpha(l) - C(l)\beta(l) \end{cases} \quad (6-27)$$

对式(6-26)求全微分,得

$$\begin{aligned} dR(l) &= \{\alpha(l)dC(l) + \beta(l)dD(l) - [\beta(l)B(l) + \alpha(l)A(l)] \times \\ &\quad d\alpha(l) + [\alpha(l)B(l) - \beta(l)A(l)]d\beta(l)\}W^2(l) + \\ &\quad j\{-\beta(l)dC(l) + \alpha(l)dD(l) + [\beta(l)A(l) - \alpha(l)B(l)] \times \\ &\quad d\alpha(l) - [\alpha(l)A(l) + \beta(l)B(l)]d\beta(l)\}W^2(l) \end{aligned} \quad (6-28)$$

式中,  $dC(l)$ 、 $dD(l)$  可以看做由测量传感器的非线性、灵敏度系数误差及随机噪声等引入的圆度误差分离结果的第  $l$  阶谐波分量的误差;  $d\alpha(l)$ 、 $d\beta(l)$  可以看做由测量装置的测量参数如传感器安装间隔偏差、传感器测量轴线偏斜等引起的圆度误差分离结果的第  $l$  阶谐波分量的误差。

从式(6-28)中可以看出,由传感器引入的误差对圆度误差分离结果的影响方式相对测量机构的测量参数对圆度误差分离结果的影响方式要简单得多。前者的影响只和测量机构的测量参数有关,而后者除和测量机构的测量参数有关外,还和被测零件圆度形状误差的大小有关。为进一步研究传感器引入的误差对圆度误差分离精度的影响,暂不考虑测量机构测量参数的影响,并设三个传感器输出信号的频域表示为

$$\begin{cases} Y_0(l) = C_0(l) + jD_0(l) \\ Y_1(l) = C_1(l) + jD_1(l) \\ Y_2(l) = C_2(l) + jD_2(l) \end{cases} \quad (6-29)$$

因此组合信号  $Y_n(l) = C(l) + jD(l)$  的实部和虚部可以写成

$$\begin{cases} C(l) = c_0 C_0(l) + c_1 C_1(l) + c_2 C_2(l) \\ D(l) = c_0 D_0(l) + c_1 D_1(l) + c_2 D_2(l) \end{cases} \quad (6-30)$$

其全微分形式为

$$\begin{cases} dC(l) = c_0 dC_0(l) + c_1 dC_1(l) + c_2 dC_2(l) \\ dD(l) = c_0 dD_0(l) + c_1 dD_1(l) + c_2 dD_2(l) \end{cases} \quad (6-31)$$

假定三传感器 0、1、2 引入的圆度形状误差的  $l$  阶谐波分量具有相同的标准差  $\sigma(l)$ , 根据误差传递理论有

$$\sigma_C(l) = \sigma_D(l) = \sqrt{c_0^2 + c_1^2 + c_2^2} \sigma(l) \quad (6-32)$$

由式(6-28)可得圆度形状误差第  $l$  阶谐波分量的标准差为

$$\sigma_R(l) = (1 + j) \sqrt{c_0^2 + c_1^2 + c_2^2} W(l) \sigma(l) = (1 + j) Q(l) \sigma(l) \quad (6-33)$$

其中

$$Q(l) = \sqrt{c_0^2 + c_1^2 + c_2^2} W(l) = \sqrt{\frac{c_0^2 + c_1^2 + c_2^2}{\alpha^2(l) + \beta^2(l)}} \quad (6-34)$$

称为圆度形状误差的第  $l$  阶谐波分量的误差传递率。可以看出,  $Q(l)$  越小, 传感器误差对圆度误差分离结果的影响也越小。同时可以看出  $Q(l)$  的取值只和测量机构的测量参数有关, 因此可以由式(6-34)决定的误差传递率的大小来判断测量机构的测量参数设计是否合理。

#### 6.3.4 其他提高误差分离精度的途径

综上所述, 合理选择圆度误差分离时测量机构的测量参数是非常重要的, 除要考虑不产生谐波抑制的因素外, 还要考虑到误差传递率的大小。另外, 测量装置的制造精度、传感器及放大器的非线性、模/数转换过程中产生的量化误差及传输过程中的随机误差等都会使误差分离精度降低。这里重点讨论消除随机误差的影响可采取的措施<sup>[130,133]</sup>。

### 6.3.4.1 集合平均

集合平均就是对同一误差信号进行多次采样,然后对采集的多幅误差信号按采样点进行平均。集合平均的目的在于抑制测量信号采集过程中混入的随机噪声。

设测量系统拾取的形状误差信号为  $f'(i)$ ,它由噪声  $\eta(i)$ 和被测零件的真实形状误差  $f(i)$  叠加而成,可表示为

$$f'(i) = f(i) + \eta(i) \quad (6-35)$$

假定  $\eta(i)$  是均值为 0、方差为  $\sigma_\eta^2$  的白噪声。在同一形状误差信号进行  $M$  次集合平均后得到的形状误差信号  $g(i)$  可表示为

$$g(i) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M f_k'(i) \quad (6-36)$$

根据统计学原理可得出其数学期望和方差为

$$E\{g(i)\} = f(i) \quad (6-37)$$

$$D\{g(i)\} = \sigma_g^2 = \frac{1}{M} \sigma_\eta^2 \quad (6-38)$$

式(6-37)、式(6-38)表明,当集合平均的次数增加时,得出的形状误差信号的方差减小,并且越接近零件真实的形状误差。必须指出,所有参加集合平均运算的形状误差信号必须具有严格相同的采样同步和采样分度点,否则其平滑效果将会受到影响。

### 6.3.4.2 数字滤波

除集合平均可以实现误差信号的平滑外,数字滤波技术也是抑制随机噪声、实现误差信号平滑的有效手段。由于可以灵活设置滤波器的通带宽度,应用低通数字滤波器进行误差信号的平滑更具有灵活性。

众所周知,零件形状误差的评定是在测量空间域进行的,所以形状误差信号的任何畸变都将影响评定结果。要保证被测零件形状误差的真实,就要求平滑用的滤波器具有尽量平坦的幅频特性,同时不产生任何附加相移。

考察非递归数字滤波器<sup>[127]</sup>,当滤波器的单位脉冲响应函数  $h(nT)$  为偶对称时,其附加相移是线性的。其特性可表示为

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{-j\tau\omega} \quad (6-39)$$

$$\tau = \frac{(N-1)T}{2} \quad (6-40)$$

式中,  $N$  为单位脉冲响应函数  $h(nT)$  的长度,  $T$  为  $h(nT)$  的采用间隔。

应用傅氏变换的时延相移性质可知,单位脉冲响应函数为  $h(nT-\tau)$  的滤波器的附加相移必为零。事实上容易理解,偶对称实序列的傅氏变换的虚部为零,从而保证了其零相移。尽管递归滤波器具有运算速度快、不需要褶积等优点,但由于递归滤波器的非线性相移特征,在进行形状误差的平滑滤波中难以应用。

图 6-2(a)、(b) 给出了褶积数字滤波器的幅频特性和相频特性。图 6-3(a)、(b) 给出了应用褶积数字滤波器平滑前后被测零件某一截面的圆度形状误差的对比结果(滤波器的通带为  $0 \sim 32$  阶)。从图中可以看出,褶积数字滤波器具有非常显著的平滑效果,且无相位失真。

## 6.4 圆度误差分离的时域法

上面讨论的是三点法圆度误差分离的频域法,这种方法在实施误差分离过程中需要进行两次傅氏变换,运算速度相对较慢。下面研究三点法圆度形状误差分离的时域方法。

### 6.4.1 时域法圆度误差分离原理

在三点法圆度误差分离基本方程式(6-18)中,设  $p_0=0, p_1=p, p_2=2p$ ,则式(6-18)可以写成

$$Y_n(i) = c_0 r(i) + c_1 r(i-p) + c_2 r(i-2p) \quad (6-41)$$

此时权值系数向量的取值为

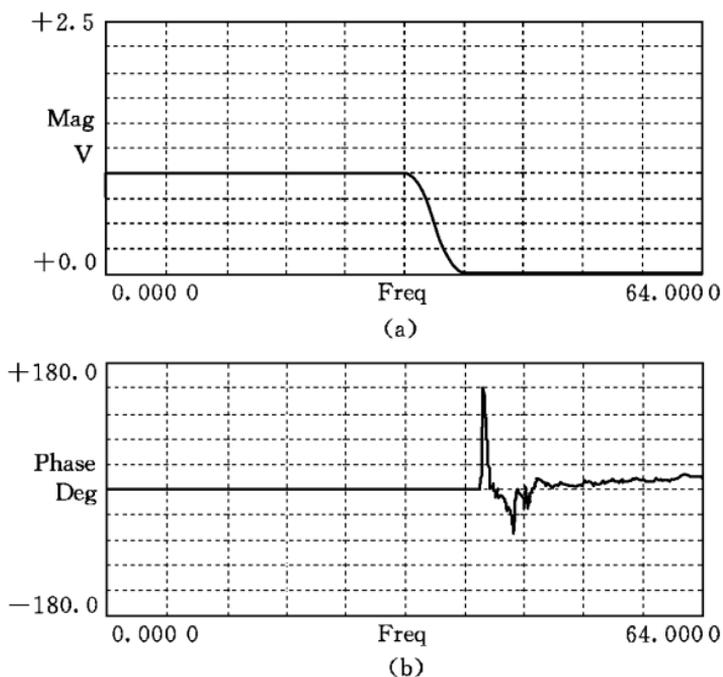


图 6-2

(a) 褶积数字滤波器的幅频特性; (b) 褶积数字滤波器的相频特性

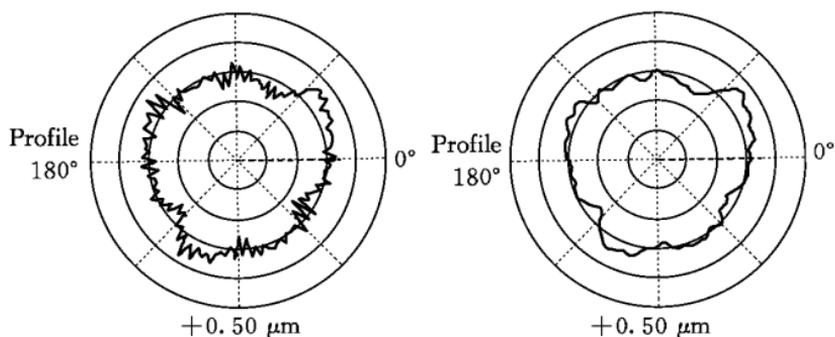


图 6-3

(a) 滤波前的圆度形状误差; (b) 32 阶滤波后的圆度形状误差

$$\begin{cases} c_0 = 1 \\ c_1 = -2\cos(2\pi p/N) \\ c_2 = 1 \end{cases} \quad (6-42)$$

将式(6-42)代入式(6-41),整理得

$$\begin{aligned} r(i) &= Y_n(i) + 2\cos(2\pi p/N)r(i-p) - r(i-2p) \\ i &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (6-43)$$

如果  $p, N$  互为质数,取  $i$  的步长为  $p$ ,并注意到圆度误差的周期性  $r(N+i) = r(i)$ ,只要给定初值  $r(-p), r(-2p)$  就可利用递推的方法求出圆度形状误差  $r(i)$ 。为简化递推过程,可令初值  $r(-p) = r(-2p) = 0$ 。

递推过程中所采用的递推运算终止准则为

$$\sum_{i=0}^{N-1} [r_k(i) - r_{k-1}(i)]^2 \leq \epsilon_1 \quad (6-44)$$

或者

$$\max \left\{ \left| \frac{r_k(i) - r_{k-1}(i)}{r_k(i)} \right| \right\} \leq \epsilon_2 \quad (6-45)$$

式中,  $r_k(i), r_{k-1}(i)$  分别为第  $k$  次和第  $k+1$  次递推得出的圆度形状误差;  $i=0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $\epsilon_1, \epsilon_2$  为给定的正的小量。

#### 6.4.2 时域法和频域法圆度误差分离技术的联系与比较

时域三点法和频域三点法圆度误差分离技术本质上是一致的。将式(6-18)表示的误差分离的时域基本方程写成  $Y_n(i) =$

$\sum_{q=0}^2 c_q r(i-p_q)$ , 并进行  $z$  变换得出其传递特性  $T(z) = \frac{R(z)}{Y_n(z)} =$   
 $1 / \sum_{q=0}^2 c_q z^{-p_q}$ 。根据  $z$  变换和付氏变换的关系,令  $z = e^{-j\omega}$ , 则可得

$T(\omega) = 1 / \sum_{q=0}^2 c_q e^{j\omega p_q} = 1/C\Omega = 1/G(\omega)$ 。可见,由式(6-18)表示的

误差分离时域递推方法的传递特性  $T(\omega)$  为由式(6-19)表示的误差分离频域方法的权函数  $G(\omega)$  的倒数,权函数  $G(\omega)$  的零点即是传

递函数  $T(l)$  的极点。

不论是时域三点法还是频域三点法,均要求误差分离的权函数不为零,否则应用时域三点法进行误差分离时将出现递推的不稳定<sup>[128]</sup>;而频域三点法则表现为分离方程的  $0/0$  型不定式。对于一阶谐波分量的处理,频域三点法在频域内令  $R(1)=0$  实现一阶谐波的去掉;时域三点法圆度误差分离结果中的一阶谐波分量可以通过最小二乘方法求出圆度形状误差的最小二乘圆心,然后进行坐标平移加以消除。

另外,时域三点法误差分离的结果是圆度形状误差的一种估计,只有递推次数充分大时才能趋于其真值。而频域三点法则是严格的,其分离结果就是被测零件的圆度形状误差,而不是某种意义上的逼近。

## 6.5 三点法圆度误差分离的演化与近似方法

### 6.5.1 四点法与多点法

在三点法(图 6-1)的基础上,再增加一个传感器  $D$ ,就变成了四点法,如图 6-4 所示。四个传感器的输出方程如下

$$A(\theta) = r(\theta) + \delta_x(\theta) \quad (6-46)$$

$$B(\theta) = r(\theta + \alpha) + \delta_x(\theta) \cos \alpha + \delta_y(\theta) \sin \alpha \quad (6-47)$$

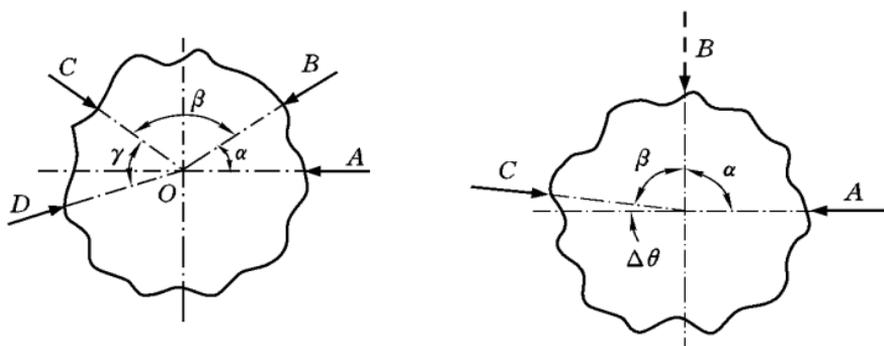


图 6-4 四点法圆度误差分离原理 图 6-5 两点近似法圆度误差分离原理

$$C(\theta) = r(\theta + \alpha + \beta) + \delta_x(\theta)\cos(\alpha + \beta) + \delta_y(\theta)\sin(\alpha + \beta) \quad (6-48)$$

$$D(\theta) = r(\theta + \alpha + \beta + \gamma) + \delta_x(\theta)\cos(\alpha + \beta + \gamma) + \delta_y(\theta) \times \sin(\alpha + \beta + \gamma) \quad (6-49)$$

对式(6-46)~式(6-49)分别乘以不等权系数  $1, b', c', d'$ , 然后相加得组合信号

$$S'(\theta) = r(\theta) + b'r(\theta + \alpha) + c'r(\theta + \alpha + \beta) + d'r(\theta + \alpha + \beta + \gamma) \quad (6-50)$$

此时, 消除主轴回转误差分量  $\delta_x(\theta)$  和  $\delta_y(\theta)$  的方程组为

$$\begin{cases} 1 + b'\cos\alpha + c'\cos(\alpha + \beta) + d'\cos(\alpha + \beta + \gamma) = 0 \\ b'\sin\alpha + c'\sin(\alpha + \beta) + d'\sin(\alpha + \beta + \gamma) = 0 \end{cases} \quad (6-51)$$

显然, 式(6-51)为关于  $b', c', d'$  的线性方程组, 有无穷多解, 即传感器  $B, C, D$  的输出加权系数可以有多种选择。

四点法是在三点法圆度误差分离的基础上增加一个传感器, 若再增加传感器就变成了多点法( $n$ 点法)。由前面的误差分离精度分析可知, 四点法及  $n$ 点法在误差分离过程中可以灵活选取加权系数  $b', c', d'$  等以调整权函数的取值, 使其在各阶谐波分量上均衡合理, 以提高测量、分离精度。当然, 由于增加了传感器个数, 就增加了传感器灵敏度标定误差的影响; 再有, 因布置四个及以上传感器, 使得测量装置复杂、安装调整困难, 同时也会受到测量空间的限制, 尤其是加工中临床测量的情况。

### 6.5.2 两点近似法

在某些特殊场合用三点法及多点法进行误差分离由于测量空间限制不易实现。因此, 希望能有一种既能满足三点法圆度误差分离技术的要求, 又易于实施的测量、分离方案。

在三点法(图 6-1)中, 取安装角  $\alpha = \pi/2$ , 即  $p = N/4; \beta = \pi/2 - \Delta\theta$ , 即  $q = N/4 - 1$  (采样间隔  $\Delta\theta = 2\pi/N$ )。

当  $N$  较大时,  $\Delta\theta$  很小, 此时  $\beta \approx \pi/2$ , 加权系数的模分别为

$$|b| = \sin(\alpha + \beta)/\sin \beta \approx 0$$

$$|c| = \sin \alpha/\sin \beta \approx 1$$

这意味着传感器  $B$  的输出在组合信号中占的比重很小, 可以忽略不计。这样, 三点法就演化成了二点近似法, 即三点法圆度误差分离技术可以由两个传感器近似实现。

由式(6-4)、式(6-5)可得两点法误差分离近似方程为

$$\hat{S}(\theta) = r(\theta) + r(\theta + \pi - \Delta\theta)$$

离散形式为

$$\hat{S}(k) = r(k) + r(k + N/2 - 1) \quad (6-52)$$

由式(6-7)可以得到近似后的圆度误差的频域表示

$$\hat{R}(n) = \hat{S}(n)/W(n) \quad (6-53)$$

二点法作为一种近似方法, 自然存在原理误差。由式(6-7)及式(6-53)可得由于近似造成的第  $i$  阶谐波分量的误差为

$$\begin{aligned} \Delta R(i) &= R(i) - \hat{R}(i) = [S(i) - \hat{S}(i)]/W(i) \\ &= R(i)be^{j2\pi p/N}/W(i) \end{aligned}$$

或者

$$\frac{\Delta R(i)}{R(i)} = \frac{be^{j2\pi p/N}}{1 + be^{j2\pi p/N} + ce^{j2\pi(p+q)/N}} \quad (6-54)$$

进一步研究这种近似造成的原理误差表明: 当采样点数较大 ( $N \geq 128$ ) 时, 误差很小, 仅为 2% 左右; 谐波分量阶次及其奇偶对误差也有一定的影响<sup>[129]</sup>。而二点法使得测量装置简化, 在测量空间受到限制时具有其优势, 并且根据式(6-52), 二点法易于实现圆度误差的时域递推分离, 大大提高了运算速度。

## 6.6 圆柱度误差分离技术

圆柱度误差是评定轴类零件形状精度的又一个重要指标。圆柱度形状误差的测量、分离与圆度形状误差及直线度形状误差的

测量、分离有一定的相似之处,但其实现要比圆度形状误差或直线度形状误差的测量和分离复杂且困难得多。这是因为圆度形状误差、直线度形状误差的测量和分离仅需一个测量运动即可实现,属于一维 EST 范畴;而圆柱度形状误差的测量和分离则要求两个测量运动(周向+轴向)才能完成,因此它属于二维 EST 范畴。

圆柱度形状误差可分解为三部分:①截面的尺寸偏差或者截面的最小二乘半径偏差,它反映零件被测截面基本尺寸的变动情况。②截面的圆度形状误差,它反映零件被测截面的轮廓形状误差。③截面最小二乘圆心的位置,它反映零件被测截面在绝对坐标系中的位置,可用于描述被测零件上各被测截面间的相互位置关系。

圆柱度形状误差的测量和分离包括两步:首先要正确测量和分离出圆柱度形状误差的基本要素——各径向截面的平均半径差、圆度形状误差及最小二乘圆心位置偏差;然后对圆柱度形状误差的上述要素进行符合实际的、恰如其分的重构即综合,获得可表征被测零件逼真的表面形状误差形貌,进而按一定的方法进行评定。

### 6.6.1 三点法圆柱度 EST

在三点法圆度形状误差的测量和分离中,将安装传感器的测量机构沿被测零件回转轴线的方向移动,以测量零件不同截面的圆度形状误差,进而完成圆柱度形状误差的测量和分离。如前所述,圆柱度形状误差的临床测量可用被测零件的截面形状误差、回转运动误差和测量机构的直行运动误差的合成来实现。因此,测量传感器拾取的位移信号中既含有被测零件诸截面的圆度形状误差、母线的直线度误差,同时又混入了测量机构的直行误差运动及支承被测零件回转的回转误差运动。

为实现圆柱度形状误差的测量和分离,建立坐标系如图6-6所示。为方便起见图中仅以被测零件的第  $j$  个截面给出。设绝对坐

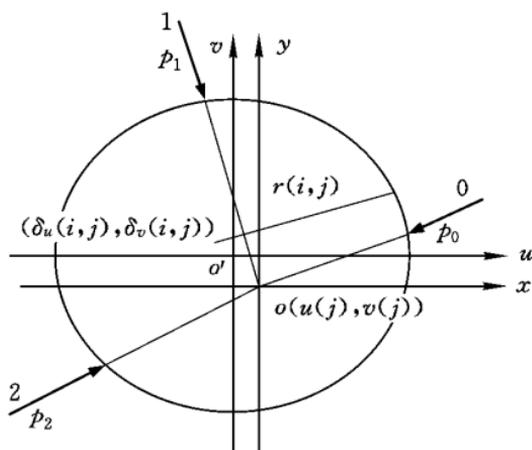


图 6-6 三点法圆柱度误差分离

标系  $uvw$ , 其中坐标轴  $w$  和被测零件回转时的轴线平均线重合; 测量坐标系  $xyz$ , 其坐标轴  $z$  通过传感器 1、2、3 的交点并和绝对坐标系的坐标轴  $w$  平行, 且坐标平面  $xoy$  和绝对坐标系的坐标平面  $uo'v$  重合, 同时测量坐标系的  $x$ 、 $y$  轴分别和绝对坐标系的  $u$ 、 $v$  轴平行。

设  $\delta_x(i, j)$ 、 $\delta_y(i, j)$  分别为被测零件第  $j$  号截面回转误差运动在测量坐标系  $x$ 、 $y$  轴上的运动分量;  $u(j)$ 、 $v(j)$  分别为测量零件的第  $j$  号截面时测量坐标系坐标原点在绝对坐标系坐标平面  $uo'v$  中的位置, 或者说测量机构在第  $j$  号截面时的直行误差运动在绝对坐标系  $u$ 、 $v$  轴上的投影;  $\delta_u(i, j)$ 、 $\delta_v(i, j)$  为被测零件第  $j$  号截面回转误差运动在绝对坐标系  $u$ 、 $v$  轴上的运动分量;  $r(i, j)$  为截面  $j$  上测点  $i$  处的圆度形状误差;  $Y_0(i, j)$ 、 $Y_1(i, j)$ 、 $Y_2(i, j)$  分别为传感器 0、1、2 在截面  $j$  测点  $i$  处的输出;  $p_0$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  分别为传感器 0、1、2 轴线和测量坐标系  $ox$  轴的夹角或间隔。每截面每周有  $N$  个测点, 共进行  $M$  个截面的测量。参照三点法圆度形状误差分离理论可得出截面  $j$  上传感器输出方程的矩阵表示

$$Y_j = Ae_j \quad (j = 0, 1, 2, \dots, M-1) \quad (6-55)$$

式中

$$Y_j = [Y_0(i, j), Y_1(i, j), Y_2(i, j)]^T \quad (6-56)$$

为传感器 0、1、2 在截面  $j$  的输出  $Y_0(i, j)$ 、 $Y_1(i, j)$ 、 $Y_2(i, j)$  构成的列向量；

$$e_j = [r(i - p_0, j), r(i - p_1, j), r(i - p_2, j), \delta_x(i, j), \delta_y(i, j)] \quad (6-57)$$

为被测零件截面  $j$  的圆度形状误差经  $p_0$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  延时后得出的误差序列和截面  $j$  的回转误差运动构成的列向量；

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cos(2\pi p_0/N) & \sin(2\pi p_0/N) \\ 0 & 1 & 0 & \cos(2\pi p_1/N) & \sin(2\pi p_1/N) \\ 0 & 0 & 1 & \cos(2\pi p_2/N) & \sin(2\pi p_2/N) \end{bmatrix} \quad (6-58)$$

为测量传感器的输出系数矩阵，由于在测量过程中传感器的位置关系不变，所以对任意截面  $j$ ，传感器的输出系数矩阵均有相同的形式。

应用圆度误差分离技术可得截面  $j$  的圆度形状误差的时域与频域表达式为

$$\begin{aligned} Y_{nj}(i) &= CY_j = c_0 Y_0(i, j) + c_1 Y_1(i, j) + c_2 Y_2(i, j) \\ &= c_0 r(i - p_0, j) + c_1 r(i - p_1, j) + c_2 r(i - p_2, j) \end{aligned} \quad (6-59)$$

$$R(l, j) = Y_{nj}(l)/G(l) \quad (6-60)$$

其中， $C$  的取值同式(6-15)及式(6-17)； $G(l)$  的取值同式(6-20)。截面  $j$  的回转误差运动的时域表达式为

$$\delta_x(i, j) = \frac{[Y_0(i, j) - r(i - p_0, j)] \sin(2\pi p_1/N) - [Y_1(i, j) - r(i - p_1, j)] \sin(2\pi p_0/N)}{\sin[2\pi(p_1 - p_2)/N]} \quad (6-61)$$

$$\delta_y(i, j) = \frac{[Y_1(i, j) - r(i - p_1, j) - \delta_x(i, j) \cos(2\pi p_1/N)]}{\sin(2\pi p_1/N)} \quad (6-62)$$

根据对回转体的运动学讨论<sup>[67,125]</sup>可以得出

$$\begin{cases} u(j) = -\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \delta_x(i, j) \\ v(j) = -\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \delta_y(i, j) \end{cases} \quad (6-63)$$

$$\begin{cases} \delta_u(i, j) = \delta_x(i, j) - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \delta_x(i, j) \\ \delta_v(i, j) = \delta_y(i, j) - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \delta_y(i, j) \end{cases} \quad (6-64)$$

式(6-63)即是测量坐标系坐标原点在绝对坐标系  $uo'v$  坐标平面中的运动轨迹。实际上  $u(j)$ 、 $v(j)$  也同时给出了测量机构(测量坐标系)直行误差运动在绝对坐标系  $u$ 、 $v$  轴上的分量。

式(6-64)则给出截面  $j$ (最小二乘圆心)的回转误差运动在绝对坐标系  $uo'v$  坐标平面中的运动轨迹,容易证明式(6-64)具有下述特性

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{N-1} \delta_u(i, j) = 0 \\ \sum_{i=0}^{N-1} \delta_v(i, j) = 0 \end{cases} \quad (6-65)$$

### 6.6.2 截面平均半径差

上一部分讨论了被测零件任意截面  $j$  的圆度形状误差和回转误差运动的分离,同时给出了测量坐标系直行误差运动的分离结果以及截面最小二乘圆心回转误差运动轨迹在绝对坐标系中的表示形式,这里讨论获取被测截面平均半径差的方法。

对于被测零件的任意截面  $j$ ,其最小二乘半径  $\bar{r}(j)$  是被测截面自身的特性,并不因测量坐标系位置的变化而改变。设应用三点法圆度误差分离时三个测量传感器输出为零时表征的基准圆半径为  $r_0$ ,那么截面  $j$  最小二乘半径差  $\Delta r(j) = \bar{r}(j) - r_0$  同样不会

因测量坐标系的变化而改变。因此有

$$\begin{aligned}\Delta r(j) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r(i - p_0, j) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r(i - p_1, j) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r(i - p_2, j)\end{aligned}\quad (6-66)$$

由式(6-59)不难得出

$$\Delta r(j) = \frac{[c_0 \bar{Y}_0(j) + c_1 \bar{Y}_1(j) + c_2 \bar{Y}_2(j)]}{(c_0 + c_1 + c_2)} \quad (6-67)$$

式中

$$\begin{cases} \bar{Y}_0(j) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y_0(i, j) \\ \bar{Y}_1(j) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y_1(i, j) \\ \bar{Y}_2(j) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y_2(i, j) \end{cases} \quad (6-68)$$

实施圆度误差分离时通常首先对测量传感器拾取的信号进行去除直流分量的零均值处理,此时根据式(6-66)、式(6-67)必有 $\Delta r(j)=0$ 。对于圆度误差的分离及评定而言,测量信号的零均值处理不会带来任何负面效应。但应用于圆柱度形状误差分离时,测量信号的零均值处理将导致丢失被测圆柱体截面尺寸变化造成的圆柱度形状误差,使得圆柱度形状误差测量和分离的失真。所以在实施圆度误差分离时不应进行零均值处理。根据对圆度形状误差分离权函数的分析可知,三点法圆度误差分离抑制一阶谐波分量,使得截面的最小二乘圆心和测量坐标系的坐标原点重合,但并不抑制零阶谐波分量(或直流分量)。应用傅氏变换关于零阶量的含义不难证明,由式(6-60)决定的圆度形状误差 $R(0, j)$ 和式(6-67)决定的截面平均半径差具有完全相同的形式。需要指出的是,由圆度形状误差分离得出的零阶谐波分量只表征被测零件截

面尺寸之间的相对变化,而非被测截面的实际尺寸。尽管如此,对描述被测零件的圆柱度形状误差也已经足够。

### 6.6.3 截面最小二乘圆心位置

以上的分析得出了被测零件任意截面的圆度形状误差、平均半径差、及回转误差运动,并分离出测量机构的直行误差运动,但被测零件的圆柱度形状误差的测量和分离仍没有完全解决。因为圆柱度形状误差除取决于零件截面的尺寸变化、圆度形状误差外,截面间的相互位置同样是影响圆柱度形状误差大小的重要因素。因此,被测截面最小二乘圆心的位置对零件圆柱度形状误差的测量和重构至关重要。

由于任意截面  $j$  圆度形状误差是严格的周期函数,因此可以表示为傅氏级数

$$r(i, j) = \sum_{l=1}^L [A_{lj} \cos(2\pi li/N) + B_{lj} \sin(2\pi li/N)] \quad (6-69)$$

式中,  $L$  为圆度形状误差中最高的谐波阶数;  $A_{lj}$ 、 $B_{lj}$  分别为截面  $j$  的圆度形状误差的  $l$  阶谐波分量的余弦和正弦系数。

由于三点法圆度 EST 具有一阶谐波抑制作用,必有  $A_{lj} = 0$ ,  $B_{lj} = 0$ , 上式可改写

$$r(i, j) = \sum_{l=2}^L [A_{lj} \cos(2\pi li/N) + B_{lj} \sin(2\pi li/N)] \quad (6-70)$$

求式(6-69)所表示的截面  $j$  的圆度形状误差的最小二乘圆心,并考虑三角级数的正交性,得

$$\begin{cases} a(j) = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r(i, j) \cos(2\pi li/N) = 0 \\ b(j) = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r(i, j) \sin(2\pi li/N) = 0 \end{cases} \quad (6-71)$$

可见,由三点法圆度 EST 分离出来的被测截面圆度形状误差的最小二乘圆心和测量坐标系的坐标原点重合。这一性质使得截

面的最小二乘圆心叠加在纯回转误差运动中,给圆柱度误差的分离和重构增加了难度。

#### 6.6.4 圆柱体形状误差的重构

圆柱形状误差测量和分离的最终目的是对被测零件的圆柱形状作出正确的评判,同时得出被测零件真实的轮廓形貌以便于在线补偿加工的实施。前面已经分别讨论了直行误差运动、截面圆度形状误差、截面平均半径差及截面最小二乘圆心坐标的分离技术,但仍不能全面、直观地评价被测圆柱形状误差。要描述和评价被测零件圆柱形状误差,需要对上述圆柱形状误差诸要素进行适当的重构,得出零件具体的误差形貌并采用适当的方法予以评定<sup>[125,133]</sup>。

截面尺寸偏差或截面最小二乘圆半径偏差、截面的圆度形状误差和截面最小二乘圆心的位置三部分成为圆柱形状误差重构三要素。由上一小节分析可知被测零件任意截面  $j$  的圆度形状误差的最小二乘圆心和测量坐标系  $xyz$  的坐标原点重合,说明截面的最小二乘圆心叠加在纯回转误差运动中。通过“提纯”技术<sup>[67]</sup>使得提纯后的最小二乘圆心的误差运动完全消除了除一阶谐波分量以外的所有纯回转误差运动的影响,具有良好的复现性。因此有理由认为回转“主轴”在某一确定的回转位置上具有与工程意义上相同的瞬时回转轴线。尽管该瞬时回转轴线在绝对坐标系中的位置是未知的,但可以肯定有“相对于轴线平均线呈现出轴向的、径向的和角向的运动”的回转轴线存在。所以提纯后的截面最小二乘圆心的偏移经坐标变换(平移、旋转)后,使得零件理想中心和该时刻的回转轴线重合。若将被测零件诸截面的圆度形状误差叠加在提纯后的截面最小二乘圆心上,重构零件的圆柱度形状误差,同样只是对零件的圆柱形状误差的具体形貌进行了一次坐标变换而已。这种变换并不影响重构的圆柱形状误差的具体形貌,当然也不会影响对圆柱形状误差的评定。重构结果可以用直观图形描

述,且可以采用不同的重构方式:只考虑截面圆形状误差的重构;考虑截面圆形状误差及最小二乘圆心位置的重构;考虑截面平均半径、圆形状误差及最小二乘圆心位置的重构;等等。图 6-7 给出考虑截面圆形状误差及最小二乘圆心位置重构的圆柱形状误差形貌<sup>[133]</sup>。

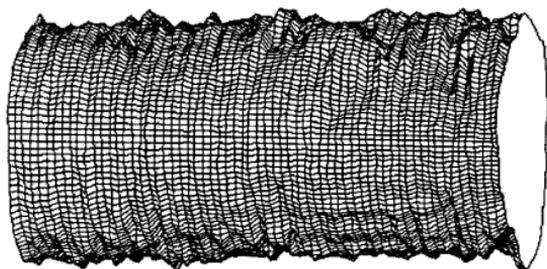


图 6-7 考虑截面圆形状误差及最小二乘圆心位置  
重构的圆柱形状误差形貌

应用三点法直线误差分离技术和圆柱度误差分离技术都可以实现测量机构(磨床工作台)直行误差运动的分离。因此,对比两种方法分离出的直行误差可以验证圆柱度形状误差分离技术的正确性,如图 6-8 所示。

应用直线误差分离技术(三点法及对称延拓的三点法<sup>[125]</sup>)可以测量分离零件母线的直线形状误差,由重构的圆柱体表面形貌中同样也可以得出圆柱体母线的直线形状误差。因此,两者结果的对比可以验证圆柱形状误差重构方法的正确性,如图 6-9 所示。

通过图 6-8、图 6-9 中曲线的对比,充分说明了圆柱度形状误差分离与重构方法的可行性和正确性<sup>[133]</sup>。

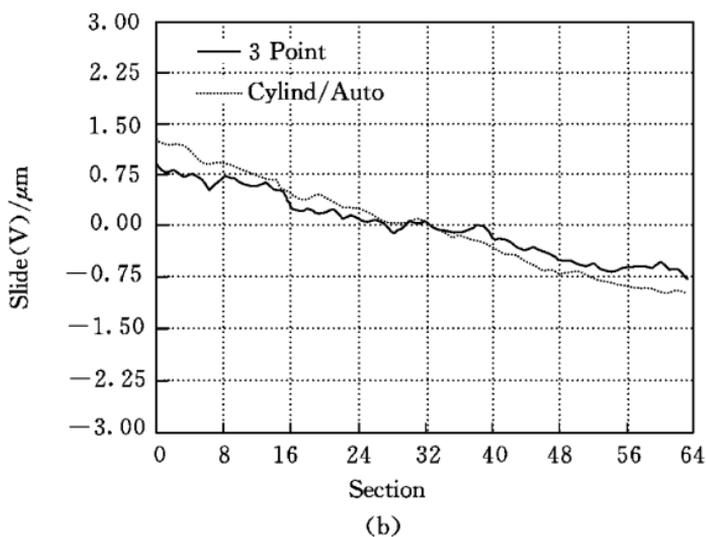
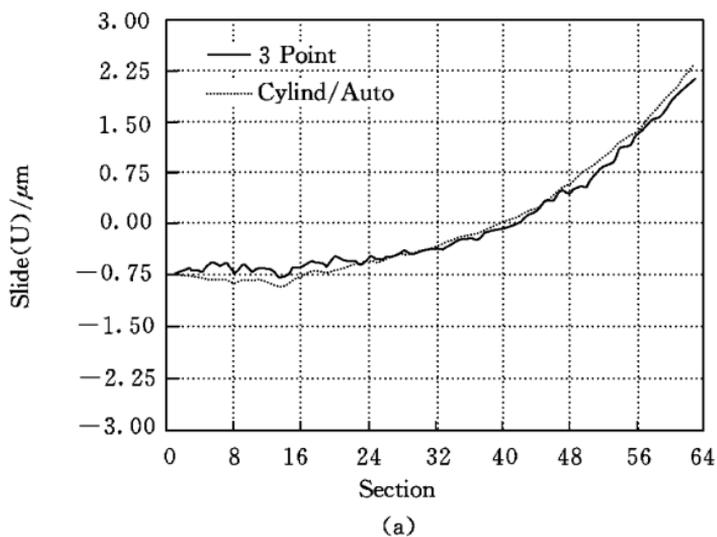


图 6-8

(a) 工作台垂直方向误差运动; (b) 工作台水平方向误差运动

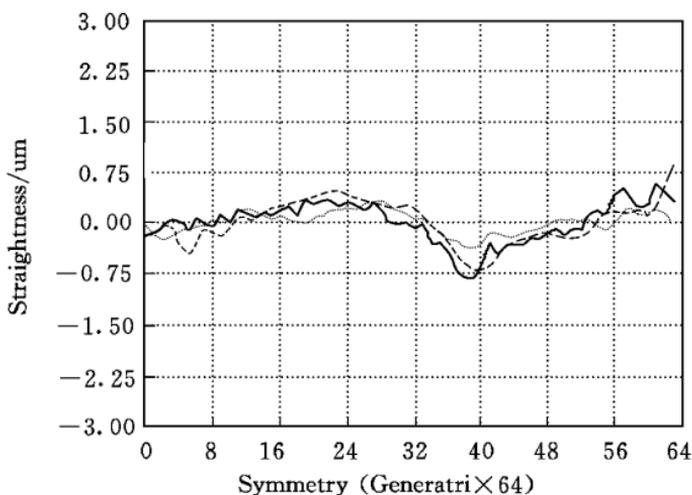


图 6-9 母线 64 的直线度形状误差

## 6.7 本章小结

本章较全面、系统地介绍了三点法圆度、圆柱度误差分离技术。

(1) 论述了三点法圆度误差分离原理,在此基础上研究了影响分离精度的因素及提高分离精度的措施,包括谐波抑制及其消除、误差的幅值传递、灵敏度分析、以及集合平均、数字滤波等其他提高误差分析精度的途径。

(2) 介绍了时域法圆度误差分离原理,并研究了时域法和频域法圆度误差分离之间的联系与比较。

(3) 研究了三点法圆度误差分离的演化与近似方法,证明了四点法与多点法以及二点近似法均为三点法的演化。将演化形式与三点法对比,分析了它们各自的特点。

(4) 论述了圆柱度误差分离的原理与圆柱度形状误差基本要素的表征。介绍了圆柱形状误差形貌的重构及验证。

## 7 主要结论

机械加工过程的检测、监控与诊断,作为先进制造技术中的重要内容,对保证加工质量及加工系统的正常运行起到重要作用。磨削加工是机械加工中重要的加工方法之一,本书针对磨削过程中振动(特别是颤振)的检测与控制以及磨削表面形貌误差进行了理论和实验研究,得到如下主要结论:

(1) 就典型的外圆切入式磨削,对其动态磨削过程进行建模与理论分析,进一步深入研究了磨削过程稳定性及磨削颤振机理。

① 基于频域模型,研究了磨削系统的传递函数及其特征方程,用特征根的实部  $\sigma$  作为磨削颤振的增长系数来表征系统的状态。研究表明:磨削过程稳定性主要受  $k_c$ 、 $k_g$ 、 $k_w$  的影响,砂轮与工件的接触刚度  $k_c$  对系统稳定性的影响最大。 $\sigma$  是  $k_c$  的增函数,减小  $k_c$  则  $\sigma$  降低,系统的稳定性增加。

② 基于时域模型,研究了磨削的无条件稳定性和条件稳定性。定义参数  $a=F/L$  为稳定性指数,给出了相应的稳定性判据。并通过定义无量纲稳定性系数  $z=aK/2$ ,推导出相应的稳定性判据,在此基础上证明了稳定性规律的时、频一致性。

③ 由磨削系统频域模型,得到砂轮再生型颤振磨削系统的数学模型。通过研究其特征方程,定义了砂轮再生颤振增长率  $\rho=T_g \cdot \sigma/2\pi$ ,进而得到砂轮表面再生型磨削颤振的稳定性判据:当  $\rho < 0$  时系统稳定;当  $\rho = 0$  时系统处于临界状态;当  $\rho > 0$  时系统处于不稳定状态。

④ 工件表面再生型磨削颤振主要受到磨削力及其特性的影响。基于磨削比能为常数的假设,推导出磨削力的表达式,由两部

分组成,即静态和动态磨削力。静态磨削力与瞬时磨削深度成正比,说明静态磨削力将受到工件表面再生效应的影响。而动态磨削力只取决于砂轮工件之间的相对切入速度,不受工件表面再生作用的影响。

⑤ 工件或(和)砂轮的扭转振动将会引起磨削力的改变,进而对磨削颤振产生影响。基于此,建立了用于仿真的、包含有三种振动模式(工件与砂轮间的相对直线位移引起的横向振动;工件及装夹系统扭转振动;砂轮及主轴系统扭转振动)的时域动态模型。

(2) 对磨削过程中颤振的发生和发展规律以及由于工件与砂轮之间相对振动而造成的工件表面形貌误差——表面波纹度进行了实验研究和理论分析。

① 磨削颤振发展过程表现为:初期阶段以工件再生效应为主;中期阶段由工件再生效应向砂轮再生效应过渡;末期阶段则以砂轮再生效应为主。颤振时存在明显的幅值调制、多频性以及优势频率前移现象。在实验的基础上,分别对上述现象进行了理论分析,提出了“再生—强迫混合型”磨削颤振的概念,用以解释这些现象。

② 磨削工件表面形貌反映了系统中砂轮与工件之间相对振动的结果,其中强迫振动反映得较充分。针对磨削表面波纹与磨削振动之间的联系,提出以“一定波频下的平均波高”来作为表征表面波纹度的参数,为基于工件表面波度误差诊断磨削动态性能以及新型量仪的研发提供了有益的思路。

(3) 针对磨削颤振的复杂性,首次提出采用确定性混沌理论的分析方法去研究磨削颤振信号与磨削颤振系统。根据所测磨削颤振信号时间序列计算其 Lyapunov 指数,表明磨削振动系统具有混沌特性。这一发现为磨削颤振系统的非线性建模提供了理论依据。

(4) 采用 BP 人工神经网络识别和预报磨削过程是否稳定,对

训练后的网络进行检验表明其工作性能是比较可靠的。同时,根据颤振产生、发展过程中概率密度由正态分布向盘形分布过渡的特征,提出采用 RBF 神经网络估测信号的概率密度,进而构造判别准则,对磨削颤振及其发展进行识别和预报。

(5) 对变速磨削抑制颤振的机理分别从三方面(变进给速度、变砂轮速度、变工件速度)进行了深入的研究,揭示了各自的实质和应用特点。

(6) 基于一系列磨削试验(正交试验、单因素试验),提出了抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法;得出了切入速度对颤振的影响规律方程,即颤振幅值随切入速度近似地以指数规律增加。通过实验验证了工艺条件适配法抑制磨削颤振的有效性。

(7) 系统地论述了三点法圆度、圆柱度误差分离技术。对三点法圆度误差分离的演化与近似方法进行了研究,证明了四点法与多点法以及二点近似法均为三点法的演化,并分析了它们各自的特点。对时域法圆度误差分离进行研究,证明了误差分离方法本质上的时频一致性。

## 参 考 文 献

- [1] 李小隼,董申. 先进制造中的智能监控技术. 北京:科学出版社,1999
- [2] 周志雄,邓朝晖等. 磨削技术的发展及关键技术. 中国机械工程,2000(1)
- [3] 刘海江,宋德朝. 磨削新技术的发展及我国现状和存在问题. 精密制造与自动化,2001(1)
- [4] 叶伟昌. 磨削技术的发展方向——第八届全国生产工程学术会议磨削技术综述. 机械制造,2001(3)
- [5] H K. Toenshoff et al. Grinding Process Achievements and their Consequences on Machine Tools Challenges and Opportunities. Annals of CIRP,1998(2)
- [6] Tlustý J. Ismail F. Basic Non-Linearity in Machining Chatter. Annals of CIRP,1981(1)
- [7] 星铁太郎. 机械加工振动分析. 师汉民译. 武汉:华中理工大学出版社,1993
- [8] 吴雅. 机床切削系统的颤振分析及其控制. 北京:科学出版社,1993
- [9] Shabana A. Thomas B. Chatter Vibration of Flexible Multi-body Machine Tool Mechanisms, Mech. Mach. Theory, 1987(4)
- [10] Zoellig G. Calculator Application for Analysis of Natural Vibrations of Machine Tool Frames by Using Subsystem-Technique. Maschinenbautechnik,1986(8)

- [11] Kim, Jeong Suk; Lee, Byung Ho. Analytical model of dynamic cutting forces in chatter vibration. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 1991(3)
- [12] 彭泽民等. 机床结构的模态参数识别. *天津大学学报*, 1987(4)
- [13] 廖伯瑜等. 机床运转状态下随机激励的复模态分析. *昆明工学院学报*, 1986(2)
- [14] Wu D W. A New Approach of Formulating The Transfer Function for Dynamic Cutting Process. *Trans. ASME, B*, 1989(1)
- [15] Marui E. Kato S. The Mechanism of Chatter Vibration in a Spindle-Workpiece System: Part 2—Characteristics of Dynamic Cutting Force and Vibration Energy. *Trans. ASME, B*, 1988(1)
- [16] Rao, Balkrishna C. ; Shin, Yung C.. Comprehensive dynamic cutting force model for chatter prediction in turning. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* , 1999(10)
- [17] 徐燕申, Minis I E, Magrab E B. 切削过程传递函数辨识的新方法. *振动工程学报*, 1990(4)
- [18] 刘光复, 陈熙源等. 切削颤振模型及机理研究. *机械工程学报*, 1998(4)
- [19] 周晓勤. 机床切削系统的振动响应预测理论与颤振预报控制技术: [博士学位论文]. 长春: 吉林工业大学, 1998
- [20] Yuang J X, Wu X M. Identification of the Joint Structures Parameters of Machine Tool by DDS and FEM. *Trans. ASME, B*, 1985(1)
- [21] Shin Y C, Eman K F, Wu S M. Experimental Complex

- Modal Analysis of Machine Tool Structure. Trans. ASME, B,1989(1)
- [22] Fassois S D, Eman K F, Wu S M. A Fast Algorithm for On-Line Machining Process Modeling and Adaptive Control. Trans. ASME,
- [23] Kondo, Eiji; Ota, Hiroshi; Kawai, Tadao. Detection of regenerative chatter vibrations of turning workpiece. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1993(11)
- [24] Grabec, I. ; Gradisek, J. ; Govekar, E.. New method for chatter detection in turning. CIRP Annals - Manufacturing Technology,1999(1)
- [25] 黄仁,钟秉林. 机械制造过程的工况检测与故障诊断. 西安:西安交通大学出版社,1991
- [26] 杨叔子,吴雅. 时间序列分析的工程应用(上、下). 武汉:华中理工大学出版社,1994
- [27] Shiraishi M, Kume E. Suppression of Machine Tool Chatter by State Feedback Control. Annals of CIRP,1987(1)
- [28] 王先上. 车床振动的自动控制. 机械工程学报,1986(22)
- [29] Sexton J S, Stone B J. The Stability of Machining with Continuously Varying Spindle Speed. Annals of CIRP,1978(1)
- [30] 于骏一,吴博达. 机械加工振动的诊断、识别与控制. 北京:清华大学出版社,1994
- [31] Canniere de J, Brussel van H. Contribution to The Mathematical Analysis of Variable Spindle Speed Machining. Appl. Math. Modeling 1981(3)
- [32] Martinez, David R. ; Hinnerichs, Terry D. ; Redmond,

- James M. Vibration control for precision manufacturing using peizoelectric actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*,1996(3)
- [33] Choudhury S K. ,Goudimenko N N. et al, On-line control of machine tool vibration in turning, *Int. Mach. Tools Manufact.* ,1997,37(6)
- [34] Takayuki Koizumi,Nobutaka Tsujiuchi, Yuichi Matsumura. Diagnosis with the correlation integral in time domain. *Mechanical Systems and Signal Processing*,2000(11)
- [35] 周晓勤,于骏一等. 机床颤振的自适应多步向前预报. *机械工程学报* ,1998(5)
- [36] 王民,费仁元等. 基于专家知识融入的模糊神经网络结构及在镗削颤振判别中的应用. *机械科学与技术*,1999(3)
- [37] 孔繁森,于骏一等. 颤振状态的模糊识别. *振动工程学报*,1998(3)
- [38] Snoeys R. Dominating Parameters in Grinding Wheel and Work piece Regenerative Chatter. *Conf MTDR*,1969
- [39] Thompson R A. On the Doubly Regenerative Stability of a Grinder. *Journal of Engineering for Industry*,1986(108)
- [40] Inasaki I,Yonetsu S. Regenerative Chatter in Grinding, In *Proc 18th MTDR Conf Pergamon Press,Oxford*,1977
- [41] Hashimoto F. Growing Mechanism of Chatter Vibration in Grinding Process and Chatter Stabilization Index of Grinding Wheel. *Annals of the CIRP*,1984(33)
- [42] Hashimoto F. Sequential Estimation of Growth Rate of Chatter Vibration in Grinding Processes. *Annals of the CIRP*,1985(34)
- [43] Srinivasan K. Application of the Regeneration Spectrum

- Method to Wheel Regenerative Chatter in Grinding. *Journal of Engineering for Industry*, 1982(104)
- [44] Matsnbara T. Theoretical Analysis of Work Regenerative Chatter in Plunge Grinding, *Bull Japan Soc of Prec Engg*, 1986(20)
- [45] Matsubara T. Experimental Analysis of Work Regenerative Chatter in Plunge Grinding, *Bull Japan Soc of Prec Engg*, 1987(4)
- [46] Weck M, Alldick J. The Origenating Mechanisms of Wheel Regenerative Grinding Vibration, *Annals of the CIRP*, 1989(38)
- [47] Tetsutaro H. Suppression of Wheel Regenerative Grinding Vibration by Alternating Wheel Speed, *Annals of the CIRP*, 1986(35)
- [48] 李刚,徐燕申,彭泽民. 磨削过程动态模型的建立及其参数识别方法的研究. *机械工程学报*, 1992(3)
- [49] 徐燕申,李刚等. 磨削颤振频域特征及其机理的研究. *振动工程学报*, 1992(3)
- [50] 韩相吉,于骏一等. 变速磨削系统稳定性的研究. *吉林工业大学学报*, 1998(1)
- [51] 韩相吉,于骏一等. 砂轮变速磨削的试验研究. *制造技术与机床*, 1998(6)
- [52] Liao Y S. Computer Simulation of Self-Excited and Forced Vibration in the Cylindrical Plunge Grinding Process. *Journal of Engineering for Industry*, 1991(113)
- [53] Iera J B. Time-Domain Dynamic Modeling of the External Plunge Grinding Process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1997(37)

- [54] Mori K. An Intelligent Vibration Diagnostic System for Cylindrical Grinding. Japan/USA Symposium on Flexible Automation, 1992(12)
- [55] Fu J C, Mori K. Application of Entropy Function in On-line Vibration Classification for Cylindrical Plunge Grinding. Int J Prod Res, 1994(32)
- [56] Chen X, Rowe W B. Grinding Vibration Detection Using a Neural Network, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B. Journal of Engineering Manufacture, 1996(210)
- [57] Drew S J. An Investigation of In-process Measurement of Ground Surfaces in the Presence of Vibration, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 1999(39)
- [58] Grabec I. Chaotic Dynamics of the Cutting Process. Int J Mach Tools Manufact, 1988(29)
- [59] Tansel I N. The Chaotic Characteristics of Three-dimension Cutting. Int J Mach Tools Manufact, 1992(32)
- [60] 鲁宏伟, 杨叔子. 基于非线性模型的切削过程的混沌研究. 振动工程学报, 1996(2)
- [61] Inasaki I. Abrasive Machining in the Future. Annals of CIRP, 1993(42)
- [62] Hideo Kato. Development of In-situ Measurement System of Circularity in Precision Cylindrical Grinding. Bull Japan Society for Precision Engineering, 1990(24)
- [63] Hideo Kato. Improvement of In-situ Circularity Measurement Technique Based on Three-Point Method and Development of n-Point Method. International Journal of Japan Society for Precision Engineering, 1995(29)

- [64] Satoshi Kiyono, Wei Gao. Profile Measurement of Machined Surface with a New Differential Method. Precision Engineering, 1994(16)
- [65] Satoshi Kiyono, Wei Gao . On Machine Measurement of Large Mirror Profile by Mixed Method. JSME International Journal, Series C, 1994(37)
- [66] 洪迈生等. 一维和多维误差分离技术的统一理论. 中国机械工程, 2000(3)
- [67] 李济顺. 误差分离统一理论及其在线测量技术. [博士学位论文], 上海交通大学, 1996
- [68] Zhang G X. Four-Point Method of Roundness and Spindle Error Measurement. Annals of CIRP, 1993(1)
- [69] 李均, 袁洪祥. 在线圆度测量技术. 仪器仪表学报, 1989(1)
- [70] 谭久彬. 精密测量中的误差补偿技术. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1995
- [71] Thompson R A. On the Doubly Regenerative Stability of a Grinder; The Effect of Contact Stiffness and Wave Filtering. Journal of Engineering for Industry, 1992(114)
- [72] 杨棣, 唐恒龄, 廖伯瑜. 机床动力学(II). 北京: 机械工业出版社, 1983
- [73] Chiu N, Malkin S. Computer simulation for cylindrical plunge grinding. Annals of CIRP, 1993(1)
- [74] Altintas Y, Engin S, Budak E. Analytical stability prediction and design of variable pitch cutter. Journal of Manufacturing Science and Engineering Transaction of ASME, 1999(2)
- [75] Mefarland. The design and analysis of a polypropylene hub CBN wheel to suppress grinding chatter. Journal of M S &

E T of ASME,1999(1)

- [76] Inasaki I. Grinding process simulation based on the wheel topography measurement. *Annals of CIRP*,1996(1)
- [77] Vinolas J, Biera J. The use of an efficient and intuitive tool for the dynamic modeling of grinding process. *Annals of CIRP*,1997(1)
- [78] Drew S J, Stone B J. Torsional(rotational) vibration-Excitation of small rotating machines. *Journal of Sound and Vibration*,1997(4)
- [79] Drew S J, Mannan M A. An investigation of in-process measurement of ground surfaces in the presence of vibration. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*,1999(39)
- [80] Mannan M A, Fan W T, Stone B J. The effects of torsional vibration on chatter in grinding. *Journal of Materials Processing Technology*,1999
- [81] Baylis R J, Stone B J. The effect of grinding wheel flexibility on chatter. *Annals of the CIRP*,1989(1)
- [82] Weck M, Alldieck J. The originating mechanism of wheel regenerative grinding vibration
- [83] Mannan M A, Drew S J. Torsional vibration effects in grinding. *Annals of the CIRP*,2000(1)
- [84] 任敬心, 华定安. 磨削原理. 兰州:西北工业大学出版社, 1988
- [85] Li H, Entwistle R D, Stone B J. Impact excitation of torsional vibration Modal Analysis. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*,1994(3)
- [86] 沈明, 乌文英等. 在机床旋转状态下用随机激励进行模态分

析. 磨床与磨削, 1984(1)

- [87] 冀清发. 一种新型砂轮平衡装置及其工艺实验研究. 机械工  
程学报 1992(2)
- [88] 刘延柱, 陈文良, 陈立群. 振动力学. 高等教育出版社, 1998
- [89] 宫百香, 李广明等. 再生调制型磨削颤振. 吉林工学院学报,  
2000(1)
- [90] 陈予恕, 唐云. 非线性力学中的现代分析方法, 北京: 科学出  
版社, 1992
- [91] Stoker J. Nonlinear vibration in mechanical and electrical  
system, New York: John Wiley & Sons Inc. 1992
- [92] 段雄. 岩石截割破碎载荷谱的混沌识别. 徐州: 中国矿业大  
学出版社, 1994
- [93] 周劲松, 殷春根等. 工程随机信号的确定性混沌理论分析方  
法. 浙江大学学报, 1997(2)
- [94] Grassberger P, Procaccia I. Characterization of Strange At-  
tractors. Phys Rev Lett, 1983(5)
- [95] Wolf A. Determining Lyapunov Exponents from a Time Se-  
ries. Physica D, 1985(16)
- [96] Kanz H. A Robust Method to Estimate the Maximal Lya-  
punov Exponents of a Time Series. Phys Lett, 1994(185)
- [97] 裴树毅. 基于人工神经网络的预测理论及其应用. [博士学位  
论文], 西安交通大学, 1994
- [98] 师汉民, 陈吉红等. 人工神经网络及其在机械工程领域中的  
应用. 中国机械工程, 1997(2)
- [99] 屈梁生. 人工神经网络与机械工程中的智能化问题. 中国机  
械工程 1997(2)
- [100] 胡守仁, 沈清等. 神经网络应用技术. 北京: 国防科技大学出  
版社, 1993

- [101] 罗发龙等. 神经网络信号处理. 北京:电子工业出版社,1993
- [102] 王民等. 利用径向基函数神经网络估测信号概率密度识别镗削加工中的振动. 中国机械工程,1998(6)
- [103] Fu J C, Mori K. Application of Entropy Function in On-line Vibration Classification for Cylindrical Plunge Grinding Int J ProdRes, 1994(32)
- [104] Nielsen R. Conterpropagation Networks. Proc of IEEE First Int Conference on Neural Networks,1987(12)
- [105] Rumelhart D E. Learning Representation by Back-propagating Errors. Nature, 1986(323)
- [106] Tansel I N. Recognition of chatter with neural networks. Int J Mach Tools Manufacture,1991(31)
- [107] Christopher M B. Neural Networks for Patten Recognition. Clarendon press, 1995
- [108] 陈涛,蒋林,屈梁生. 基于正交最小二乘学习算法的径向基函数网络设计. 中国机械工程,1997(6)
- [109] Hashimoto F. Sequential Estimation of Growth Rate of Chatter Vibration in Grinding Processes. Annals of CIRP,1985(1)
- [110] Thompson R A. On the Doubly Regenerative Stability of a Grinder; The Effect of Contact Stiffness and Wave Filtering. Journal of Engineering for Industry,1992(2)
- [111] 傅杰才等. 磨削过程中的磨削模型及颤振模型砂轮耐用度标准的研究. 第五届全国磨削与表面质量研讨会论文集, 1988
- [112] 庞川,熊焕庭. 外圆切入磨削颤振的预报及时变进给控制. 磨床与磨削,1998(3)
- [113] 王龙山,崔岸等. 砂轮变速磨削抑制工件颤振的研究. 中国

机械工程,1999(2)

- [114] 洪玉芳,汪久根. 磨削系统的时间序列建模分析. 机械科学与技术,2000(2)
- [115] 温熙森等. 模式识别与状态监控. 北京:国防科技大学出版社,1997
- [116] 程卫国等. MATLAB5.3 精要、编程及高级应用. 北京:机械工业出版社,2000
- [117] 楼顺天,施阳. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——神经网络. 西安:西安电子科技大学出版社,1999
- [118] 马建明,周长城. 数据采集与处理技术. 西安:西安交通大学出版社,1998
- [119] 袁震东等. 数学建模. 上海:华东师范大学出版社,1997
- [120] 程曙霞. 工程试验理论简明教程. 合肥:中国科技大学出版社,2000
- [121] 陈魁. 试验设计与分析. 北京:清华大学出版社,1996
- [122] Zhang G X, Zhang Y H, Yang S M. A multipoint method for spindle error motion measurement. Annals of the CIRP, 1997(46)
- [123] Dawson, Dean J W. Cylinricity and its measurement. International Journal of Machine Tools & Manufacture,1992 (32)
- [124] Satoshi Kiyono. Basic Study of Measurement of 2-D Surface Profile. JSME International Journal, SeriesC, 1995 (38)
- [125] 李济顺. 高精密表面形貌自律型空间反滤波及重构技术. 见:上海交通大学博士后研究报告,1999
- [126] 魏源迁. 三点法误差分离技术理论分析. 计量学报,1991(3)
- [127] 程佩青. 数字信号处理教程. 北京:清华大学出版社,1995

- [128] 曹小瑞,王介心等. 三点法的稳定性问题. 科学通报,1989(20)
- [129] 李济顺,洪迈生. 三点法圆度误差分离的近似方法及精度分析. 计量技术,1998(2)
- [130] 李济顺,洪迈生. 提高圆度误差分离精度的措施. 计量学报,1999(2)
- [131] 洪迈生,邓宗煌. 圆度和回转运动误差的时域二点法分离技术. 中国机械工程,1997(2)
- [132] 李济顺,洪迈生. 形状误差测量系统的体系结构. 振动测试与诊断,1998(4)
- [133] 李济顺,王中宇,林敏. 制造工程中的精密技术. 北京:机械工业出版社,2001
- [134] 韩正铜,张永忠. 磨削颤振的研究与若干进展. 精密制造与自动化,2001(4)
- [135] 韩正铜,张永忠等. 基于磨床改装的高速磨削技术与实践. 矿山机械,1999(11)
- [136] 韩正铜,刘勤年. 外圆磨削加工质量分析与控制. 煤矿机械,1999(6)
- [137] 韩正铜,洪迈生. 三点法圆度误差分离及其演化形式与精度分析. 上海交通大学学报,2002(9)
- [138] 韩正铜,张永忠等. 抑制磨削颤振的实用方法——工艺条件适配法. 现代制造工程,2003(5)
- [139] 韩正铜,张永忠等. 磨削过程振动特征的实验研究. 制造技术与机床,2004(2)